

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، آموزش ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۱۰۳۷
ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵ -

۱- عمل دوتایی $*$ روی \mathbb{Z} را به صورت $a * b = 2(a+b)$ در نظر بگیرید. گزینه درست کدام است؟

۱. عمل دوتایی $*$ جابجایی نیست.
۲. عمل دوتایی $*$ شرکت پذیر است.
۳. عمل دوتایی $*$ شرکت پذیر نیست اما جابجایی است.
۴. عمل دوتایی $*$ شرکت پذیر است اما جابجایی نیست.

۲- عمل دوتایی $*$ روی مجموعه $R - \{1\}$ را به صورت زیر تعریف کنید.

$$\forall x, y \in R - \{1\} \quad x * y = x + y - xy$$

کدام گزینه در مورد $R - \{1\}$ همراه با عمل $*$ درست نیست؟

۱. $(R - \{1\}, *)$ یک گروه است.
۲. $e = 0$ عضو همانی $R - \{1\}$ همراه با $*$ است.
۳. $*$ روی $R - \{1\}$ یک عمل دوتایی شرکت پذیر نیست.
۴. $x' = \frac{x}{x-1}$ معکوس هر عضو مانند x است.

۳- گروه G با عضو همانی e را در نظر بگیرید. فرض کنید $o(x) = n, x \in G$ باشد. کدام گزینه در مورد گروه G برقرار نیست؟

۱. اگر $x^m = e$ باشد آنگاه n عدد m را تقسیم می کند.
۲. اگر $(m, n) = 1$ آنگاه $o(x^m) = n$.
۳. اگر $x^m = e$ باشد آنگاه $n \leq m$.
۴. مرتبه هر توانی از x ، نیز برابر با n است.

۴- رتبه عنصر $\bar{5}$ در گروه $(\mathbb{Z}_{p^2}, \oplus)$ کدام است؟

۱. ۲۰
۲. ۵
۳. ۱
۴. ۴

۵- مرکز گروه $GL(2, R)$ کدام است؟

۱. $\left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \mid a \neq 0 \right\}$
۲. $\left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mid a \neq 0 \right\}$
۳. $\left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \mid a \in R \right\}$
۴. $\left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mid a \in R \right\}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، آموزش ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۱۰۳۷
- ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵

۶- فرض کنید m عدد صحیح و مثبت باشد. کدام گزینه در مورد گروه دوری $G = \langle x \rangle$ از مرتبه n در حالت کلی برقرار نیست؟

۱. اگر $m | n$ آنگاه G دارای زیر گروهی از مرتبه m است.

۲. اگر $m | n$ آنگاه G دارای زیر گروه منحصر بفرد از مرتبه m است.

۳. گروهی از مرتبه m است.

۴. اگر G دارای زیر گروهی از مرتبه m باشد آنگاه $m | n$.

۷- کدام گزینه در مورد گروه $Z_p \times Z_p$ درست نیست؟

۱. $Z_p \times Z_p$ گروهی آبلی است.

۲. $Z_p \times Z_p$ گروهی دوری است.

۳. $Z_p \times Z_p$ با گروه Z_p یکرخت نیست.

۴. $Z_p \times Z_p$ با گروه K_p یکرخت است.

۸- رتبه عضو $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{2})$ در گروه $Z_4 \times Z_9 \times Z_{10}$ کدام است؟

۷۲۰ . ۴

۳

۳۰ . ۲

۶۰ . ۱

۹- جایگشت $f = (1\ 3\ 4)(2\ 5)$ را در نظر بگیرید. کدام یک از گزینه های زیر نمایش f به صورت حاصل ضرب ترانهش ها است؟

۲. $f = (1\ 3)(1\ 4)(2\ 5)(2\ 3)(2\ 4)$

۱. $f = (1\ 3)(1\ 4)(2\ 5)$

۴. $f = (2\ 5)$

۳. $f = (1\ 4)(1\ 3)(2\ 5)$

۱۰- شاخص زیر گروه $5Z$ در گروه Z کدام است؟

۲ . ۲

۵ . ۱

۴ . این شاخص نامتناهی است.

۱ . ۳

۱۱- گروه G و زیر گروه H از آن را در نظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

۱. اگر $[G : H] = 2$ آنگاه $H \triangleleft G$.

۲. اگر $H \triangleleft G$ آنگاه $[G : H] = 2$.

۳. شرط لازم و کافی برای نرمال بودن H این است که $[G : H] = 2$.

۴. اگر H آبلی باشد، آنگاه $H \triangleleft G$.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، آموزش ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۱۰۳۷
- ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵

۱۲- فرض کنید $G = Q_8$ و $H = \{I, -I\}$ باشد. آنگاه $\frac{G}{H}$ با کدام یک از گروه های زیر یکرخت است؟

۱. Z_8 ۲. K_4 ۳. Q_8 ۴. H

۱۳- گروه آبدی G از مرتبه ۱۵ و عدد اول $p = 5$ را در نظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

۱. G دارای زیرگروهی از مرتبه ۲ است. ۲. G تنها دارای دو زیرگروه بدیهی است.
۳. G دارای زیرگروهی از مرتبه ۵ است. ۴. G زیرگروه غیر بدیهی ندارد.

۱۴- فرض کنید $\varphi: GL(2, R) \rightarrow (R - \{0\}, \cdot)$ به صورت زیر تعریف شده باشد.

$$\varphi\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = ad - bc$$

آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱. φ یک هومومورفیسم است. ۲. φ یک تکریختی است.
۳. φ یک یکرختی است. ۴. φ یک همسانی است که نه یک به یک است و نه پوشا.

۱۵- فرض کنید G و H دو گروه و $\varphi: G \rightarrow H$ یک همسانی و $x \in G$ و $o(x) = n$ باشد. کدام گزینه در مورد $o(\varphi(x))$ درست است؟

۱. $o(\varphi(x)) = 1$ ۲. $o(\varphi(x)) \mid n$
۳. $o(\varphi(x)) = n$ ۴. در مورد مرتبه $o(\varphi(x))$ نمی توان نظری داد.

۱۶- همریختی $\varphi: GL(2, R) \rightarrow (R - \{0\}, \cdot)$ را با ضابطه $\varphi\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = ad - bc$ در نظر بگیرید. هسته φ کدام است؟

۱. $GL(2, R)$ ۲. $GL(2, R) \setminus \{0\}$ ۳. $SL(2, R)$ ۴. $\left\{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\right\}$

۱۷- عنصر a در حلقه $(Z_n, +, \cdot)$ را در نظر بگیرید. a یکه است اگر و فقط اگر

۱. a مقسوم علیه صفر باشد. ۲. $(a, n) = 1$
۳. a پوچتوان باشد. ۴. a عضو همانی باشد.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر، مبانی جبر

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، آموزش ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه) ۱۱۱۱۰۳۷
- ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۵

۱۸- کدام یک از حلقه های زیر یک حوزه صحیح نیست؟

۱. Z ۲. Z_7 ۳. Z_3 ۴. Z_6

۱۹- قلمرو صحیح R با عنصر یک 1 و ایده آل اول I از R را در نظر بگیرید. کدام گزینه نادرست است؟

۱. حلقه $\frac{R}{I}$ تعویض پذیر است.
۲. $1+I$ عنصر یک حلقه $\frac{R}{I}$ است.
۳. $\frac{R}{I}$ یک قلمرو صحیح است.
۴. $\frac{R}{I}$ یک میدان است.

۲۰- فرض کنید I, J ایده آل هایی از حلقه R به گونه ای باشند که $J+I=R$ و $J \cap I = \{0\}$. کدام گزینه درست است؟

۱. $R \cong J+I$ ۲. $R \cong I$ ۳. $R \cong J$ ۴. $R = 0$

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید $G = \langle x \rangle$ گروهی دوری از مرتبه n باشد. ثابت کنید به ازای هر عدد صحیح و مثبت m ، گروه G دارای زیر گروهی از مرتبه m است اگر و تنها اگر m عدد n را تقسیم کند. ۱.۴۰ نمره

۲- الف) ضرب زیر را در S_{10} بدست آورید. ۱.۴۰ نمره

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 2 & 9 & 3 & 5 & 4 & 7 & 1 & 8 & 10 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 1 \end{pmatrix}$$

ب) حاصلضرب بالا را صورت حاصلضرب دورهایی از هم جدا بدست آورید. سپس آن را به صورت حاصلضربی از ترانهش ها بنویسید و زوج و فرد بودن آن را مشخص کنید.

۳- ثابت کنید رتبه هر عضو از یک گروه متناهی G ، مرتبه G را عاد می کند. ۱.۴۰ نمره

۴- نشان دهید که در یک حلقه تعویض پذیر با عنصر یک هر ایده آل ماکزیمال یک ایده آل اول است. ۱.۴۰ نمره

۵- نشان دهید در یک حلقه تعویض پذیر با عنصر یک چون R ، ایده آل I اول است اگر و تنها اگر $\frac{R}{I}$ یک ۱.۴۰ نمره

حوزه صحیح باشد.

شماره سوال	الف	ب	ج	د	پاسخ صحیح	وضعیت کلید
۱			X		ج	عادی
۲				X	ج	عادی
۳			X		د	عادی
۴		X			د	عادی
۵	X				الف	عادی
۶		X			ج	عادی
۷	X				ب	عادی
۸		X			ب	عادی
۹			X		ج	عادی
۱۰				X	الف	عادی
۱۱			X		الف	عادی
۱۲		X			ب	عادی
۱۳				X	ج	عادی
۱۴			X		الف	عادی
۱۵			X		ب	عادی
۱۶				X	ج	عادی
۱۷			X		ب	عادی
۱۸				X	د	عادی
۱۹	X				د	عادی
۲۰	X				الف	عادی