

مجاز است.

استفاده از:

۱. مقدار  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$  کدام است؟

الف. صفر ب. ۱ ج. وجود ندارد د. ۲

۲. مساحت زیر نمودار  $y = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$  روی بازه  $[0, 3]$  کدام است؟

الف.  $\sqrt{3}$  ب.  $2\sqrt{3}$  ج.  $\sqrt{2}$  د.  $3\sqrt{2}$

۳. چند جمله‌ای دوم مک لورن  $f(x) = \sin x^2$  کدام است؟

الف.  $x^2$  ب.  $1 + x^2$  ج.  $2x + x^2$  د.  $1 + x^2$

۴. مقدار  $\sum_{n=0}^{\infty} 2\left(\frac{1}{4}\right)^n$  کدام است؟

الف.  $\frac{2}{3}$  ب.  $\frac{1}{3}$  ج.  $\frac{8}{3}$  د.  $\frac{4}{3}$

۵. کدامیک از سریهای زیر واگرا هستند؟

الف.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$  ب.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$

ج.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$  د.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$

۶. شعاع همگرایی سری  $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$  کدام است؟

الف.  $r = 2$  ب.  $r = \frac{1}{2}$  ج.  $r = 1$  د.  $r = \infty$

۷. فرض کنید  $\vec{a} = (3, -2, 4)$ ،  $\vec{b} = (2, 1, -3)$  در این صورت  $\vec{a} \times \vec{b}$  برابر است با:

الف.  $(2, 17, 7)$  ب.  $(-2, 17, 7)$

ج.  $(2, -17, 7)$  د.  $(2, 17, -7)$

۸. مختصات  $(4, 5)$  نسبت به پایه مرتب  $\{(2, 3), (1, 2)\}$  کدام است؟

الف.  $(3, -2)$  ب.  $(-3, 2)$  ج.  $(5, 4)$  د.  $(0, 0)$

مجاز است.

استفاده از:

۹. یک بردار ویژه نظیر مقدار ویژه  $\lambda = 3$  برای کدام است؟  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$

الف.  $\vec{i} + 2\vec{j}$  ب.  $\vec{i} - 2\vec{j}$  ج.  $2\vec{j}$  د.  $\vec{i} - \vec{j}$

۱۰. متحرکی به معادله برداری  $R(t) = (1+t^2)\vec{i} + 2t\vec{j}$  در حرکت است معادله مسیر آن کدام است؟

الف.  $y = 1 + \frac{x^2}{4}$  ب.  $y = 1 + \frac{x}{2}$

ج.  $y^2 = 1 + \frac{x}{2}$  د.  $x = 1 + \frac{y^2}{4}$

۱۱. انحناى منحنى  $y = e^{-x}$  در  $x = 0$  کدام است؟

الف.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  ب.  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$  ج.  $\frac{1}{2}$  د.  $\sqrt{2}$

۱۲. شعاع انحناى منحنى  $x^2 + xy + y^2 = 3$  در نقطه  $(1, 1)$  کدام است؟

الف.  $\sqrt{2}$  ب.  $\sqrt{3}$  ج.  $3\sqrt{2}$  د.  $3\sqrt{3}$

۱۳. طول قوسی از منحنى  $(\frac{t^2}{2}, 1, \frac{t^2}{2})$  از  $t = 0$  تا  $t = 1$  کدام است؟

الف.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  ب. ۱ ج.  $\sqrt{2}$  د.  $\frac{3}{2}$

۱۴. مقدار می‌نیم نسبى  $f(x, y) = x^2 + 3y - y^3$  کدام است؟

الف.  $f(0, -1) = -2$  ب.  $f(0, 0) = 0$

ج.  $f(1, 2) = -1$  د.  $f$  می‌نیم نسبى ندارد.

۱۵. بردار واحد قائم بر منحنى  $x^2 - xy + 3y^2 = 5$  در نقطه  $(1, -1)$  کدام است؟

الف.  $\frac{1}{\sqrt{58}}(3\vec{i} + 7\vec{j})$  ب.  $\frac{1}{\sqrt{58}}(3\vec{i} - 7\vec{j})$

ج.  $\frac{1}{\sqrt{58}}(3\vec{i} + 8\vec{j})$  د.  $\frac{1}{\sqrt{58}}(2\vec{i} - 7\vec{j})$

مجاز است.

استفاده از:

۱۶. معادله صفحه مماس بر کره  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  در نقطه  $(-1, 1, \sqrt{2})$  کدام است؟

الف.  $x - y + z = 4$

ب.  $x + y + z = 4$

ج.  $x + y + z = 2$

د.  $-x + y + \sqrt{2}z = 4$

۱۷. مقدار مشتق جهتی تابع  $f(x, y) = e^{xy}$  در نقطه  $(1, -1)$  و در امتداد  $\theta = \frac{2\pi}{3}$  کدام است؟

الف.  $-e(1 + \sqrt{3})$

ب.  $-\frac{e}{2}(1 + \sqrt{3})$

ج.  $-\frac{e}{2}(1 - \sqrt{3})$

د.  $\frac{e}{2}(1 + \sqrt{3})$

۱۸. مقدار  $\int_0^2 \int_y^{2y} x \, dx \, dy$  کدام است؟

الف. صفر

ب.  $\frac{8}{3}$

ج. ۲

د. ۴

۱۹. حاصل  $\int_0^1 \int_0^{\sin x} \frac{xy \, dy \, dx}{\sqrt{1-y^2}}$  کدام است؟

الف.  $\frac{1}{6}$

ب.  $\frac{1}{5}$

ج.  $\frac{1}{4}$

د.  $\frac{1}{3}$

۲۰.  $\int_0^3 \int_0^2 \int_0^1 x^2 \, dx \, dz \, dy$  برابر است با:

الف. صفر

ب. ۱

ج. ۲

د. ۳

مجاز است.

استفاده از:

«سؤالات تشریحی»

بارم هر سؤال ۲ نمره می باشد.

۱. نشان دهید که:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n!} + \frac{1}{(n!)^2} + \dots + \frac{1}{(n!)^n}) = e$$

۲. با استفاده از روش عملیات سطری مقدماتی وارون ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}$  را بیابید.

۳. فرمولی برای بردارهای مماس و قائم بر نمودار  $\vec{R}(t) = 2 \cos t \vec{i} + t \sin t \vec{j} + 3t \vec{k}$  بدست آورید. سپس  $\vec{N}(\frac{\pi}{3})$  و  $\vec{T}(\frac{\pi}{3})$  را بیابید.

۴. فرض کنید  $f(x, y) = 3x^2 + 2y^2 - 4y + 1$  ماکسیمم و می نیمم  $f$  را تحت شرط  $x^2 + y^2 = 16$  تعیین کنید.

۵. با استفاده از انتگرال دوگانه حجم جسم محدود به سطوح  $x^2 + y^2 = 9$  و  $y^2 + z^2 = 9$  را محاسبه کنید.