

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: ریاضیات گسسته - مبانی ترکیبات

رشته تحصیلی/ کد درس: ریاضی کاربردی و محض ۱۱۱۱۰۵۹ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۵ - ریاضیات کاربردها و علوم کامپیوتر ۸۹ به بعد ۱۱۱۱۳۲۴

مجاز است.

استفاده از:

۱- تعداد جایگشت های حروف کلمه MISSISSIPPI که با حرف I شروع شود کدام است.

الف- ۶۳۰۰

ب- ۱۲۶۰۰

ج- ۳۴۶۵۰

د- ۳۱۵۰۰

۲- تعداد طرقی که یک خانواده ۶ نفری می توانند برای صرف شام دوریک میزگرد چنان بنشینند که پدر، مادر و کوچکترین فرزند خانواده کنار هم باشند کدام است.

الف- ۱۰

ب- ۳۶

ج- ۱۲۰

د- ۴۸

۳- ضریب x^{20} در بسط $(x^2 + x^3 + \dots)^7$ چقدر است.

الف- ۴۴۶

ب- ۸۳۶

ج- ۹۲۴

د- ۶۲۱

۴- پنج توپ متمایز را به چند طریق می توان در سه سبد متمایز طوری قرار داد که هیچ سبدی خالی نباشد.

الف- $3!S(5,3)$

ب- $S(5,3)$

ج- $5!S(5,3)$

د- $C(7,2)$

۵- یک تاس همگن را حداقل چند بار پرتاب کنیم تا حداقل سه بار نتیجه یکسان داشته باشیم.

الف- ۳۷

ب- ۷

ج- ۱۳

د- ۱۹

۶- تعداد جوابهای صحیح نامعادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 < 20$ کدام است $x_1 > 0, x_2 \geq -1, x_3 > 1, x_4 \geq 0$

الف- $C(20,3)$

ب- $C(22,4)$

ج- $C(23,3)$

د- $C(21,4)$

۷- چند تابع یک به یک مانند f از مجموعه $A = \{a, b, c, d\}$ به مجموعه $B = \{a, b, c, d, e, g\}$ وجود دارد به طوری که $f(a) = b$ باشد.

الف- ۱۲۰

ب- ۳۶۰

ج- ۱۲

د- ۶۰

۸- اگر $f(x)$ تابع مولد معمولی دنباله $\{a_r\}_{r=0}^{\infty}$ باشد کدام گزینه نادرست است.

الف- $\frac{f(x)+f(-x)}{2}$ تابع مولد دنباله $\{a_0, 0, a_2, \dots\}$ است.

ب- $\frac{f(x)-f(-x)}{2}$ تابع مولد دنباله $\{0, a_1, 0, a_3, \dots\}$ است.

ج- $(1+x)f(x)$ تابع مولد دنباله $\{a_0, a_1 - a_0, a_2 - a_1, \dots\}$ است.

د- $x^2 f(x)$ تابع مولد دنباله $\{r(r-1)a_r\}_{r=0}^{\infty}$ است.

مجاز است.

استفاده از:

۹- ضریب x^{20} در بسط $\frac{x^3+2}{(x+2)(x+1)}$ چقدر است.

- الف- $1 - 5 \times 2^{-20}$
ب- 5×2^{-20}
ج- $2 - 5 \times 2^{-20}$
د- $3 + 3 \times 2^{-20}$

۱۰- تابع مولد نمایی $f(x) = \cosh \frac{x}{2}$ متناظر با کدام دنباله است.

- الف- $a_n = \begin{cases} 0 & n = 2k+1 \\ 2^{-n} & n = 2k \end{cases}$
ب- $a_n = \begin{cases} 0 & n = 2k \\ 2^{-n} & n = 2k+1 \end{cases}$
ج- $a_n = \begin{cases} 0 & n = 2k+1 \\ 2^n & n = 2k \end{cases}$
د- $a_n = \begin{cases} 0 & n = 2k+1 \\ \frac{2^{-n}}{n!} & n = 2k \end{cases}$

۱۱- فرض کنید a_n تعداد واژه های دودویی به طول n باشد که در هر یک از آنها دو صفر کنار هم نیست، کدام گزینه صحیح است.

- الف- $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}$
ب- $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$
ج- $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$
د- $a_n = 2a_{n-1} + 2a_{n-2}$

۱۲- ضریب $\frac{x^{12}}{12!}$ در $\left(\frac{x^1}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^9}{9!}\right)^4$ کدام است.

- الف- $4!S(12,4)$
ب- 4^{12}
ج- $4^{12} - 1$
د- $S(12,4)$

۱۳- اگر A ماتریس مجاورت گراف ساده G باشد و $A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ ، گراف چند یال دارد.

- الف- ۱۲
ب- ۶
ج- ۲۵
د- ۲۴

۱۴- در سوال ۱۳ قبل تعداد (v_2, v_4) -گشت های به طول ۴ چند تا است.

- الف- ۱۳
ب- ۷
ج- ۱۰
د- ۱۱

۱۵- در سوال ۱۳، درجه راس v_3 کدام است

- الف- ۲
ب- ۳
ج- ۴
د- صفر

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۰۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: ریاضیات گسسته - مبانی ترکیبات

رشته تحصیلی/ کد درس: ریاضی کاربردی و محض ۱۱۱۱۰۵۹ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۵ - ریاضیات کاربردها و علوم کامپیوتر ۸۹ به بعد ۱۱۱۱۳۲۴

--

مجاز است.

استفاده از:

۱۶- اگر گرافی ساده دارای ۱۰ یال و دو رأس از درجه ۴ و بقیه رئوس از درجه ۳ باشد، تعداد رئوس گراف کدام است.

د-۶

ج-۷

ب-۵

الف-۴

۱۷- کدام گزینه درست است.

الف- گراف های کامل، دوبخشی اند.

ب- گرافی ۴-منتظم با ۱۵ یال وجود دارد.

ج- تعداد رئوس با درجه زوج در هر گراف عددی فرد است.

د- در گراف ساده، اگر $\delta \geq k$ (کوچکترین درجه رئوس گراف است) آنگاه گراف، مسیری به طول k دارد.

۱۸- صورت نرمال فصلی عبارت بولی $x(y/z)'$ کدام است.

ب- $\prod \max^3(0,1,2,3,5)$

الف- $\sum \min^3(3,6,7)$

د- $\prod \max^3(0,1,2,3,4)$

ج- $\sum \min^3(4,6,7)$

۱۹- حاصل $\min_0^3 + \min_1^3 + \min_4^3 + \min_5^3$ کدام است.

د- x

ج- $x'y$

ب- x'

الف- y'

۲۰- اگر B یک جبر بول و x, y اعضای B باشند کدام گزینه نادرست است.

الف- دوگان گزاره $x \leq y$ گزاره $y \leq x$ است.

ب- $x \leq 0$ اگر و فقط اگر $x = 0$

ج- $1 \leq x$ اگر و فقط اگر $x = 1$

د- $xy \geq x$

سوالات تشریحی (بارم هر سوال ۲ نمره)

۱- به دلخواه به یکی از دو قسمت الف یا ب پاسخ دهید:

الف- اگر $X = \{1,2,3, \dots, 2n\}$ آنگاه هر زیر مجموعه $n+1$ عضوی از X دارای حداقل دو عضو است که یکی بر دیگری بخش پذیر است.

ب- هر زیر مجموعه ۱۴ عضوی از مجموعه $X = \{1,2,3, \dots, 25\}$ شامل حداقل دو عضو است که مجموع آنها ۲۶ است.

مجاز است.

استفاده از:

۲- فرض کنید n و r دو عدد طبیعی و $r \geq n$ نشان دهید:

- الف- تعداد طرق توزیع r شیء متمایز در n ظرف متمایز به طوری که در هر ظرف حداقل یک شیء قرار گیرد برابر $n! S(r, n)$ است.
ب- تعداد طرق توزیع r شیء متمایز در n ظرف یکسان به طوری که در هر ظرف حداقل یک شیء قرار گیرد برابر $S(r, n)$ است.

۳- معادله زیر را به کمک تابع مولد حل نمایید:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 9$$

$$0 \leq x_i \leq 4 \quad i = 1, 2, 3$$

۴- فرض کنید $D_n (n \geq 1)$ دترمینان $n \times n$ تعریف شده در زیر باشد، یک رابطه بازگشتی برای D_n پیدا کرده و آنرا حل کنید.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & \ddots & & & & \\ & & & & & & \ddots & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

۵- ثابت کنید گراف ساده، دو بخشی است اگر و فقط اگر دور به طول فرد نداشته باشد.