

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۵ - تشریحی

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - فیزیک - کامپیوتر

کد درس: ۲۴۱۰۹۱ - ۲۴۱۱۰۹ - ۲۴۱۰۶۲

زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۸۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱. معادله دیفرانسیل دسته منحنی $y = cx^p + 2$ برابر است با:

الف. $y' = 2cx$ ب. $y = \frac{1}{p}xy' + 1$ ج. $y = \frac{1}{p}xy' + 2$ د. $y = xy' + 2$

۲. مسیرهای قائم دسته منحنی $x^p + y^p = c$ برابر است با:

الف. $y = \frac{y}{x}$ ب. $x^p = my$ ج. $y = mx$ د. $y = mx^p$

۳. کدام گزینه جواب معادله $y' + y = e^x$ است؟

الف. $y = e^x$ ب. $y = e^{2x}$ ج. $y = e^{-x}$ د. $y = x^p$

۴. کدامیک از معادلات دیفرانسیل زیر کامل هستند؟

الف. $ydx + (2x - ye^y)dy = 0$ ب. $x(1 + y^p)dy + x^p y^p dx = 0$
ج. $\frac{\sin y}{y}dx + \frac{2e^{-x} \cos y}{y}dy = 0$ د. $(x + y + x^p)dx + (x + y + y^p)dy = 0$

۵. فاکتور انتگرال (عامل انتگرال ساز) معادله $dx + xydy = ye^{-y^p}dy$ کدام گزینه است؟

الف. e^{y^p} ب. e^{x^p} ج. e^{-x^p} د. e^{-y^p}

۶. معادله دیفرانسیل $xe^y dy + \frac{x^p + 1}{y} dx = 0$ یک معادله از نوع:

الف. همگن است ب. خطی است ج. کامل است د. جدانشدنی است

۷. جواب معادله $y' - y = e^{2x}$ کدام گزینه است؟

الف. $y = e^x + ce^x$ ب. $y = e^{x+2} + ce^x$
ج. $y = e^{x-2}$ د. $y = e^{2x} + ce^x$

۸. کدامیک از تبدیلات زیر معادله $y' + P(x)y = Q(x)y^f$ را به یک معادله خطی مرتبه اول تبدیل می‌کند.

الف. $z = y^3$ ب. $z = y^f$ ج. $z = y^{-p}$ د. معادله فوق می‌تواند خطی شود

۹. جواب منفرد معادله $y = xy' + \frac{1}{y}$ کدام است؟

الف. $y = 4x$ ب. $y = 4x^p$ ج. $y^p = 4x$ د. $y^p = 4x^p$

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - فیزیک - کامپیوتر

کد درس: ۲۴۱۰۹۱ - ۲۴۱۱۰۹ - ۲۴۱۰۶۲

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۸۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۳

۱۰. جواب عمومی معادله $y'' - 2y' - 3y = 0$ عبارت است؟

الف. $y = c_1 e^{-x} + c_2 x e^{3x}$

ب. $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{3x}$

ج. $y = c_1 e^x + c_2 e^{2x}$

د. $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-x}$

۱۱. اگر $x, 1, \frac{1}{x}$ سه جواب یک معادله دیفرانسیل باشند کدام گزینه صحیح است.

الف. جواب‌ها وابسته خطی هستند.

ب. جواب‌ها مستقل خطی هستند.

ج. جواب‌ها گاهی مستقل و گاهی وابسته خطی هستند.

د. جواب‌ها نه مستقل خطی و نه وابسته خطی هستند.

۱۲. کدام گزینه یک جواب خصوصی معادله $y'' + y = x^2 + 2$ می‌باشد.

الف. x^2

ب. $x^2 + 1$

ج. $x^2 + 2x$

د. $x^2 - 2x$

۱۳. با کدام تبدیل معادله دیفرانسیل $x^2 y'' + ax y' + by = f(x)$ به معادله خطی با ضرایب ثابت تبدیل می‌شود.

الف. $y = x e^z$

ب. $x = e^z$

ج. $y = e^z$

د. $x = y e^z$

۱۴. نقاط $x = 0$ و $x = 2$ برای معادله $(x-2)x^2 y'' - y' \sin x + y = 0$ چه نقاطی هستند؟الف. $x = 0$ منفرد نامنظم و $x = 2$ منفرد منظمب. $x = 0$ منفرد منظم و $x = 2$ منفرد نامنظم

ج. هر دو منفرد منظم

د. هر دو منفرد نامنظم

۱۵. معادله $y'' + y + y^3 = \cos 10x$ با شرایط $y(0) = 0$ و $y'(0) = 1$ مفروض است جواب سری تیلور (مک‌لورن) معادله فوق برابر است با:

الف. $y = x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$

ب. $y = x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$

ج. $y = x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 + \dots$

د. $y = x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^3 + \dots$

۱۶. جواب عمومی معادله $x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^2 \sin x$ برابر است با:

الف. $c_1 x^2 + c_2 x$

ب. $c_1 e^{2x} + c_2 e^x$

ج. $c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-x}$

د. $\frac{c_1}{x^2} + c_2 x$

تعداد سؤال: هفتی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - فیزیک - کامپیوتر

کد درس: ۲۴۱۰۹۱ - ۲۴۱۱۰۹ - ۲۴۱۰۶۲

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۸۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۳

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱۷. تبدیل لاپلاس تابع $\cosh x$ کدام است؟

الف. $\frac{\alpha}{s^2 - \alpha^2}$ ب. $\frac{s}{s^2 - \alpha^2}$ ج. $\frac{\alpha}{s^2 + \alpha^2}$ د. $\frac{s}{s^2 + \alpha^2}$

۱۸. اگر $L\{f\} = \frac{1}{s^4}$ باشد $f(t)$ کدام است؟

الف. $\frac{t^4}{24}$ ب. $\frac{t^4}{4}$ ج. $\frac{t^3}{6}$ د. $\frac{t^4}{8}$

۱۹. تبدیل لاپلاس $L\{t^p e^{st}\}$ برابر است با:

الف. $\frac{p}{(s+p)^2}$ ب. $\frac{p}{(s+p)^3}$ ج. $\frac{p}{(s-p)^3}$ د. $\frac{p}{(s-p)^2}$

۲۰. تابع $f(t) = \underbrace{1 * 1 * \dots * 1}_n$ که در آن $*$ کانولوشن است برابر است با:

الف. $\frac{t^n}{n+1}$ ب. $\frac{t^n}{n!}$ ج. $\frac{t^{n+1}}{(n+1)!}$ د. $\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$

سوالات تشریحی

۱. معادله دیفرانسیل مرتبه اول $y' - y + xe^{-x}y^3 = 0$ را حل کنید.۲. معادله مرتبه دوم $x^2 y'' + xy' + 4y = \sin(\ln x)$ را حل کنید.۳. معادله خطی مرتبه دوم $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$ را حل کنید.۴. معادله انتگرال $\varphi'(x) = x + \int_0^x \varphi(x-\lambda) \cos \lambda d\lambda$ و $\varphi(0) = 4$ را حل کنید.۵. بوسیله عملگر D دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} - y = -e^t \\ x - \frac{dy}{dt} - y = e^{rt} \end{cases}$$