

تعداد سؤال: هفتاد و پنج - تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: ریاضی عمومی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - آمار

کد درس: ۲۴۱۰۱۶-۲۵۰۰۱۴

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱. قلمرو تابع $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{x-[x]-\frac{1}{2}}}$ کدام است؟

- الف. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
 ب. $\left(-\frac{1}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right)$
 ج. $\left(-\frac{1}{2}, 0\right) \cup \left(\frac{1}{2}, 1\right)$
 د. $\left(0, \frac{1}{2}\right) \cup \left(1, \frac{3}{2}\right)$

۲. کدامیک از رابطه های زیر تابع است؟

- الف. $\{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, x < y\}$
 ب. $\{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 = 1\}$
 ج. $\{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, x = |y|\}$
 د. $\{(x, y) | x, y \in \mathbb{N}, y^2 = x\}$

۳. به ازای کدام مقادیر a, b تابع $f(x) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(x) + a & x < 0 \\ x + b & 0 \leq x < 2 \\ \operatorname{sgn}(x) & 2 \leq x \end{cases}$ در همه نقاط پیوسته است؟

- الف. $b = -1, a = 0$
 ب. $b = 0, a = 1$
 ج. $b = -1, a = -1$
 د. $b = 0, a = 0$

۴. مقدار $f'_-(0)$ در تابع $f(x) = \begin{cases} [x] & x < 0 \\ x-1 & 0 \leq x \end{cases}$ کدام است؟

- الف. صفر
 ب. ۱
 ج. -۱
 د. ∞

۵. مقدار $(f^{-1})'(0)$ در تابع $f(x) = 2x + \sin^3 x$ کدام است؟

- الف. ۱
 ب. $\frac{1}{2}$
 ج. ۰
 د. ۲

۶. مقدار $\frac{d^2 y}{dx^2}$ به ازای $t = 1$ در تابع $\begin{cases} y = \int_0^t f(x) dx \\ x = \frac{1}{t} \end{cases}$ که در آن $f(x)$ تابعی است پیوسته، کدام است؟

- الف. $f(1) + f'(1)$
 ب. $f(1) + 2f'(1)$
 ج. $2f(1) + f'(1)$
 د. $2(f(1) + f'(1))$

تعداد سؤال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: ریاضی عمومی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - آمار

کد درس: ۲۵۰۰۱۴-۲۴۱۰۱۶

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ نمره تشریحی ۶۰ نمره

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۷. حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{3x}$ کدام است؟

الف. $6e$ ب. $\frac{6}{e}$ ج. e^{-6} د. e^6

۸. فرض کنید n عددی فرد و $f(x)$ یک چند جمله ای باشد که نقطه $(0,1)$ ماکسیمم مطلق آن است. درباره معادله

$$\int_0^x f(t) dt = x^n + x$$

الف. حداکثر دو ریشه دارد. ب. می تواند سه ریشه داشته باشد.

ج. فقط دو ریشه دارد. د. ریشه ندارد.

۹. مقدار $\cot gh^{-1} 2$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{2} \ln 3$ ب. $\frac{1}{5} \ln 2$ ج. $\frac{1}{3} \ln 4$ د. $\frac{1}{2} \ln 5$

۱۰. مساحت بین منحنی های $y^2 - x = 0$ و $xy - 4 = y^2$ کدام است؟

الف. $\frac{8}{3}$ ب. $\frac{11}{3}$ ج. $\frac{13}{3}$ د. $\frac{16}{3}$

۱۱. مساحت سطح حاصل از دوران منحنی $\begin{cases} y = 2t \\ x = 1 - t^2 \end{cases}$ که $0 \leq t \leq 1$ است حول محور x هر کدام است؟

الف. $\frac{4\pi}{3} (2\sqrt{2} - 1)$ ب. $\frac{5\pi}{3} (2\sqrt{2} + 1)$

ج. $\frac{8\pi}{3} (2\sqrt{2} - 1)$ د. $\frac{11\pi}{3} (2\sqrt{2} + 1)$

۱۲. حاصل $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + x - 6}$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{5} \ln \frac{3}{8}$ ب. $\frac{1}{5} \ln \frac{8}{3}$

ج. $\frac{1}{8} \ln \frac{3}{5}$ د. $\frac{1}{8} \ln \frac{5}{3}$

۱۳. طول منحنی $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ در فاصله $[0,1]$ کدام است؟

الف. $\frac{e+1}{2}$ ب. $\frac{e-1}{2}$ ج. $\frac{e^2+1}{2e}$ د. $\frac{e^2-1}{2}$

تعداد سؤال: هفتی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

نام درس: ریاضی عمومی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - آمار

کد درس: ۲۴۱۰۱۶-۲۵۰۰۱۴

زمان امتحان: هفتی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست] ☆ سوالات تستی نمره منفی دارد

تعداد کل صفحات: ۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

۱۴. کدام یک از انتگرالهای زیر همگراست؟

ب. $\int_{-\infty}^0 e^{-x} dx$

الف. $\int_0^2 \frac{dx}{2-x}$

د. $\int_{-3}^0 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$

ج. $\int_0^4 \frac{dx}{x^3}$

۱۵. حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{2}{k}\right)^{\frac{2}{n}}$ کدام است؟

ب. $\frac{22}{3}$

الف. $\frac{17}{3}$

د. $\frac{28}{3}$

ج. $\frac{26}{3}$

۱۶. زاویه بین شعاع حامل و خط مماس بر منحنی $r = 2 + 2 \sin \theta$ در $\theta = \frac{\pi}{3}$ کدام است؟

د. $\frac{\pi}{3}$

ج. $\frac{\pi}{4}$

ب. $\frac{\pi}{2}$

الف. $\frac{\pi}{6}$

۱۷. نمودار کدام معادله نسبت به مبدأ متقارن است؟

ب. $r = \cos 3\theta$

الف. $r = \cos 2\theta$

د. $r = \theta$

ج. $r = \cos \theta$

۱۸. معادله دکارتی خط $z(2 + 3i) - (2 - 3i)\bar{z} + 8i = 0$ کدام است؟

ب. $3y + 2x + 4 = 0$

الف. $3x + 2y + 4 = 0$

د. $2y - 3x + 4 = 0$

ج. $2x - 3y + 4 = 0$

۱۹. منحنی به معادله $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1}{4}$ کدام است؟

د. بیضی

ج. دایره

ب. خط مستقیم

الف. یک نقطه

۲۰. مقدار عبارت $(-1 + i\sqrt{3})^{60}$ کدام است؟

ب. $\sqrt{3} \times 2^{60}$

الف. $\sqrt{3} \times 2^{59}$

د. 2^{60}

ج. 2^{59}

نام درس: ریاضی عمومی ۱

رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی - آمار

کد درس: ۲۴۱۰۱۶-۲۵۰۰۱۴

نیمسال دوم ۸۲-۸۳

تعداد سؤال: هفتی ۲۰ تکمیلی - تشریحی ۵

زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۶۰ دقیقه

[استفاده از ماشین حساب مجاز نیست ☆ سؤالات تستی نمره منفی دارد]

تعداد کل صفحات: ۴

سؤالات تشریحی

۱. عدد ثابت c را چنان بیابید که خط راستی که از نقاط $(0, 3)$ و $(5, -2)$ می گذرد بر منحنی $y = \frac{c}{x+1}$ مماس می باشد.

۲. نشان دهید اگر f, g توابعی پیوسته و مشتق پذیر در $[a, b]$ باشند و $f(a) = g(a)$ و $f(b) = g(b)$ آنگاه نقطه ای مانند c در (a, b) وجود دارد که $f'(c) = g'(c)$.

۳. به کمک تغییر متغیر $x = \pi - t$ نشان دهید $\int_0^{\pi} x \cdot f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(\sin x) dx$

۴. نمودار معادله قطبی $r^2 = 2 \cos 2\theta$ را رسم کنید.

۵. الف. نشان دهید اگر $|z| = 1$ ، a, b اعداد مختلط نا صفر باشند آنگاه $|a + zb| = |\bar{a}z + b|$
ب. ریشه های پنجم واحد را پیدا کرده و در صفحه مختلط نمایش دهید.