

نام درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۴۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۹۵)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

گد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ---

مجاز است.

منبع: ---

پیامبر اعظم (ص): روزه سپر آتش جهنم است.

۱. جواب نامعادله $|Z - 1 + i| \leq 2$ کدام گزینه است؟

الف. قرص بسته‌ای به مرکز $1 - i$ و شعاع $\sqrt{2}$

ب. قرص بسته‌ای به مرکز $1 - i$ و شعاع ۲

ج. قرص بسته‌ای به مرکز $-1 + i$ و شعاع $\sqrt{2}$

د. قرص بسته‌ای به مرکز $-1 + i$ و شعاع ۲

۲. کدام گزینه صحیح است؟

ب. $\text{Im}(z) = \text{Re}(iz)$

د. $\text{Re}(z) = \text{Re}(iz)$

الف. $\text{Im}(z) = \text{Im}(iz)$

ج. $\text{Im}(iz) = \text{Re}(z)$

۳. مقدار اصلی i^i کدام است؟

د. $e^{\pi/2}$

ج. $e^{-\pi/2}$

ب. $e^{i\pi/2}$

الف. $e^{-i\pi/2}$

۴. اگر $Z = 1 + i\sqrt{3}$ آنگاه حاصل $|Z|^n$ کدام است؟

د. $\frac{1}{128}$

ج. $\frac{1}{256}$

ب. ۱۲۸

الف. ۲۵۶

۵. شعاع همگرایی سری توانی $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3^n + 5^n)}{6^n} Z^n$ برابر است با:

د. $\frac{6}{5}$

ج. ۲

ب. $\frac{5}{6}$

الف. $\frac{1}{2}$

۶. نگاشت $w = \frac{1}{z}$ ناحیه حلقوی $2 < |z| < 3$ را به چه ناحیه‌ای تصویر می‌کند؟

ب. نوار قائم $\frac{1}{3} < \text{Re}(w) < \frac{1}{2}$

د. ناحیه حلقوی $2 < |w| < 3$

الف. نوار افقی $\frac{1}{3} < \text{Im}(w) < \frac{1}{2}$

ج. ناحیه حلقوی $\frac{1}{3} < |w| < \frac{1}{2}$

۷. حاصل انتگرال $\oint_C \frac{dz}{z^4 - 16}$ برای $|z|=1$ برابر است با:

د. $2\pi i$

ج. $-8\pi i$

ب. صفر

الف. $4\pi i$

نام درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۴۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۹۵)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ☐ ندارد ☒

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ---

مجاز است.

منبع: ---

۸. کدام گزینه صحیح نیست؟

ب. $\oint_{C:|z-2i|=1} \frac{dz}{e^z - 1} = 0$

الف. $\oint_{C:|z+1|=1} e^{z^3} dz = 0$

د. $\oint_{C:|z-1-i|=2} \frac{z \cdot dz}{z^2 + 1} = 0$

ج. $\oint_{C:|z-i|=1} \frac{z^2 dz}{z-1} = 0$

۹. کدام گزینه در مورد تابع $W = \cosh(z)$ صحیح نیست؟

ب. تابعی تام است.

الف. همواره $|\cosh(z)| > 0$

د. دارای بینهایت صفر است.

ج. تابعی بیکران است.

۱۰. کدام رابطه صحیح است؟ $(Ln = \text{شاخه اصلی لگاریتم})$

ب. $Ln(Z) = Ln|Z| + iArg(Z)$

الف. $Ln(Z_1 Z_2) = LnZ_1 + LnZ_2$

د. $Ln(Z_1)^n = n LnZ_1$

ج. $Ln\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right) = LnZ_1 - LnZ_2$

۱۱. حاصل کدام انتگرال صفر است؟

د. $\oint_{C:|z|=1} \frac{dz}{z^3 + 4}$

ج. $\oint_{C:|z|=2} \frac{dz}{z^2 - 2}$

ب. $\oint_{C:|z|=3} \frac{dz}{z^2 + 4}$

الف. $\oint_{C:|z|=3} \frac{dz}{z^4 - 2}$

۱۲. کدام انتگرال صفر نیست؟

ب. $\oint_{C:|z+1|=1} \frac{2z \cdot dz}{(z^2 - 3z + 2)^2}$

الف. $\oint_{C:|z+1|=1} \frac{(z+3) \cdot dz}{(z-2)^2 (z^2+1)}$

د. $\oint_{C:|z|=1} \frac{(3z-1) \cdot dz}{z^4 + 16}$

ج. $\oint_{C:|z-1|=2} \frac{z \cdot dz}{(z^2-1)(z+2)^2}$

نام درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی / گد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۴۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۹۵)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

گد سری سوال: یک (۱) استفاده از: --- مجاز است. --- منبع: ---

۱۳. سری لوران تابع $\frac{e^z - 1}{z^3}$ کدام است؟

الف. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{n-3}}{n!}$ ب. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{n-2}}{(n-2)!}$ ج. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{z^{n-3}}{n!}$ د. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{n-3}}{(n-3)!}$

۱۴. شعاع همگرایی سری $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$ کدام است؟

الف. ۱ ب. ∞ ج. $\frac{1}{2}$ د. ۲

۱۵. نقطه $Z = -1$ برای تابع $f(z) = \frac{1}{z(z-1)(z^3+1)}$ قطب مرتبه چندم است؟

الف. چهارم ب. سوم ج. دوم د. اول

۱۶. نقطه $Z = \infty$ برای تابع e^z یک نقطه است.

الف. تکین اساسی ب. تکین منفرد ج. تکین منفرد بيمايه د. قطب

۱۷. بنا به قضيه اساسی جبر، کدام گزاره صحيح است؟

- الف. هر چند جمله‌ای غير ثابت با ضرایب صحيح و متغير مختلط، دارای حداقل یک ریشه صحيح است.
ب. هر چند جمله‌ای غير ثابت با ضرایب گویا و متغير مختلط، دارای حداقل یک ریشه گویا است.
ج. هر چند جمله‌ای غير ثابت با ضرایب حقیقی و متغير مختلط، دارای حداقل یک ریشه حقیقی است.
د. هر چند جمله‌ای غير ثابت با ضرایب مختلط و متغير مختلط، دارای حداقل یک ریشه مختلط است.

۱۸. هر گاه در تابع کسری $h(z) = \frac{f(z)}{g(z)}$ ، Z_0 یک صفر ساده $g(z)$ باشد، ولی صفری از $f(z)$ نباشد، آنگاه:

الف. Z_0 یک صفر ساده $h(z)$ است. ب. Z_0 یک نقطه تکین بيمايه برای $h(z)$ است.

ج. Z_0 یک نقطه تکین اساسی برای $h(z)$ است. د. Z_0 یک قطب ساده $h(z)$ است.

۱۹. کدام رابطه برای تعريف مانده تابع $f(z)$ در ∞ صحيح است؟

الف. $\text{Res}[f(z), \infty] = -\text{Res}\left[\frac{f(1/z)}{z^2}, 0\right]$ ب. $\text{Res}[f(z), \infty] = \text{Res}\left[f(1/z), 0\right]$

ج. $\text{Res}[f(z), \infty] = \text{Res}\left[\frac{-f(1/z)}{z}, 0\right]$ د. $\text{Res}[f(z), \infty] = -\text{Res}\left[\frac{f(1/z^2)}{z}, 0\right]$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی / گد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۴۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۹۵)

منبع: --

مجاز است.

استفاده از: --

گد سری سؤال: یک (۱)

۲۰. حاصل انتگرال ناسره $\int_0^{\infty} \frac{\sin^3 x}{x^3} dx$ کدام است؟

د. $\frac{2\pi}{8}$

ج. $\frac{3\pi}{8}$

ب. $\frac{4\pi}{8}$

الف. $\frac{5\pi}{8}$

سؤالات تشریحی

۱. الف. حاصل عبارت $(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})^8$ را محاسبه کنید. (۵/۰ نمره)

ب. ثابت کنید تابع $W(x, y) = y^2 + x^2 - y^2$ موزون است و یک مزدوج موزون برای آن بیابید. (۵/۱ نمره)

۲. الف. تصویر دایره $|z| = r$ و قرص $|z| \leq r$ را تحت نگاشت $W = f(z) = az$, $a \in \mathbb{C}$ بیابید. (۱ نمره)
(برحسب مقادیر مختلف a بحث کنید.)

ب. تصویر قرص $|z| \leq r$ را تحت نگاشت $f(z) = \frac{1}{z^2}$ بیابید. آیا بزرگی یا کوچکی مقدار r در شکل ناحیه تصویر تأثیر دارد؟ (۱ نمره)

۳. الف. حاصل $\text{Ln}(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$ را بیابید. (۱ نمره)

ب. از معادله $\text{Ln} Z = 1 + i\frac{\pi}{4}$ مقدار Z را بیابید. (۱ نمره)

۴. صورت قضیه‌های «نابرابریهای کوشی» و «لیوویل» را بیان کنید. (۵/۰ نمره) با استفاده از حکم قضیه اول، قضیه لیوویل را ثابت کنید. (۵/۱ نمره)

۵. مانده تابع $f(z) = 1 + \frac{1}{z}$ را در ∞ بیابید. (۲ نمره)