

273F

کد کنترل

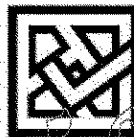
273

F

## آزمون (نیمه متمرکز) ورود به دوره های دکتری - سال ۱۴۰۱

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه ۱۴۰۰/۱۲/۶



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود»  
امام خمینی (ره)

رشته ریاضی (کد ۲۲۳۳)

\* تذکر مهم: دقت لازم در پاسخ به مواد امتحانی، رشته و زمینه های مورد نظر به عمل آید.

مدت پاسخ گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۷۵

### عنوان مواد امتحانی

دروس کارشناسی ارشد				دروس کارشناسی							رشته	گرایش	زمینه
اصول آموزش ریاضی	پیمائش خطی پیشرفته ۱	جبر پیشرفته ۱	آنالیز حقیقی ۱	مبانی احتمال	توپولوژی	مبانی جبر	مبانی آنالیز عددی	مبانی آنالیز ریاضی	مبانی ماتریس ها و جبر خطی	مبانی علوم ریاضی			
-	-	✓	✓	-	✓	✓	-	✓	✓	✓	ریاضی	-	محض
-	✓	-	✓	✓	-	-	✓	✓	✓	✓	آموزش ریاضی	-	کاربردی
✓	-	-	✓	✓	-	-	✓	✓	✓	✓	-	-	-

- متقاضیان رشته ریاضی، زمینه محض می بایستی به دروس (مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی جبر، توپولوژی، آنالیز حقیقی ۱ و جبر پیشرفته ۱) پاسخ دهند.
- متقاضیان رشته ریاضی، زمینه کاربردی می بایستی به دروس (مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی، مبانی احتمال، آنالیز حقیقی ۱ و پیمائش خطی ۱) پاسخ دهند.
- متقاضیان رشته ریاضی، زمینه آموزش ریاضی می بایستی به دروس (مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی، مبانی احتمال، آنالیز حقیقی ۱ و اصول آموزش ریاضی) پاسخ دهند.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤال ها به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و با متخلفان برای مقدرات رفتار می شود.

\* متقاضی گرامی، وارد نکردن مشخصات و امضا در کادر زیر، به منزله غیبت و حضور نداشتن در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را  
با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ نامه و دفترچه سؤال ها، نوع و کد کنترل درج شده  
بر روی دفترچه سؤال ها و پایین پاسخ نامه ام را تأیید می نمایم.

امضا:

مبانی علوم ریاضی:

- ۱- نقیض گزاره زیر کدام است؟ (فرض می کنیم متغیرها مقید به اعداد حقیقی باشند).  
اگر هر عدد بزرگتر از  $b$  از  $a$  ناکمتر باشد، آن گاه  $a \leq b$ .

$$\forall x (x > b \wedge x \geq a) \wedge a > b \quad (1)$$

$$\forall x (x > b \Rightarrow x \geq a) \wedge a > b \quad (2)$$

$$\exists x (x > b \wedge x < a) \Rightarrow a > b \quad (3)$$

$$\forall x (x > b \Rightarrow x \geq a) \Rightarrow a > b \quad (4)$$

- ۲- فرض کنید  $(X, \leq)$  یک مجموعه جزئاً مرتب باشد که کلاً مرتب هم هست، یعنی اعضای آن قابل قیاس هستند.  
به ازای هر  $x, y \in X$ ، بازه  $(x, y)$  را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$(x, y) = \{z \in X : x < z < y \wedge x \neq z \neq y\}$$

رابطه  $\sim$  با تعریف زیر کدام خاصیت را دارد؟

$$a \sim b \Leftrightarrow \exists x \exists y (x, y \in X \wedge a, b \in (x, y))$$

- (۱) متعددی است.  
(۲) پادمتقارن است.  
(۳) انعکاسی (بازتابی) است.  
(۴) در اصل تثلیث صدق می کند.

- ۳- فرض کنید  $A = \left\{ \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m} : n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{Z} \setminus \{0\} \right\}$ ، کدام گزینه درست است؟

$$\min A = -1 \quad (1)$$

$$\inf A = -1 \quad (2)$$

$$\sup A = \max A = 1 \quad (3)$$

$$A \text{ هم بیشینه (ماکسیمم) و هم کمینه (مینیمم) دارد.} \quad (4)$$

- ۴- تابع  $f: X \rightarrow Y$  مفروض است. خاصیت  $\forall A (A \subseteq X \Rightarrow f(A^c) = f(A))^c$  را به  $p$  و دوسویی بودن  $f$  را به  $q$  نمایش می دهیم. کدام گزینه درست است؟

- (۱) نه شرط لازم برای  $q$  است و نه شرط کافی.  
(۲)  $p$  شرط کافی برای  $q$  است ولی لازم نیست.  
(۳)  $p$  شرط لازم برای  $q$  است ولی کافی نیست.  
(۴) شرط لازم و کافی برای  $p$  آنست که  $q$ .

۵- کدام گزینه معادل اصل انتخاب نیست؟

- (۱) هر مجموعه جزئاً مرتب یک زنجیر ماکسیمال (بیشین) دارد.
- (۲) اگر  $\alpha, \beta$  دو عدد اصلی باشند، آن گاه  $\alpha \leq \beta$  یا  $\beta \leq \alpha$ .
- (۳) حاصل ضرب دکارتی، هر تعداد نامتناهی از مجموعه های ناتهی خود ناتهی است.
- (۴) اگر  $\{A_i\}_{i \in I}$  خانواده ای از مجموعه های ناتهی باشد، تابعی مانند  $f: I \rightarrow \bigcup_{i \in I} A_i$  وجود دارد به طوری که به ازای هر  $f(i) \in A_i, i \in I$ .

مبانی ماتریس ها و جبر خطی:

۶- فرض کنید  $W, U$  زیر فضاهای متمایز ۴ بعدی از یک فضای برداری  $V$  باشند، به طوری که  $\dim V = 6$ . ابعاد ممکن برای  $U \cap V$  کدام است؟

- (۱) ۱ یا ۲
- (۲) ۲ یا ۳
- (۳) ۳ یا ۴
- (۴) ۴

۷- چند جمله ای منیمال (کمین)  $m(x)$  از ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -5 \\ 3 & 7 & -15 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix}$  کدام است؟

- (۱)  $(x-1)(x-2)$
- (۲)  $(x-1)(x+2)$
- (۳)  $(x-2)(x+3)$
- (۴)  $(x-1)(x-2)^2$

۸- فرض کنید  $V = \{(a_1, a_2, a_3, \dots) | a_i \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1, a_{n+2} = 2a_{n+1} + 3a_n\}$  می دانیم که  $V$  یک  $\mathbb{R}$ -فضای برداری است. حال تبدیل خطی  $T: V \rightarrow V$  با ضابطه  $T((a_1, a_2, a_3, \dots)) = (a_2, a_3, a_4, \dots)$  را در نظر بگیرید. مقادیر ویژه  $T$  در کدام گزینه است؟

- (۱)  $3, -1$
- (۲)  $3, -2$
- (۳)  $2, -3$
- (۴)  $-3, 1$

۹- فرض کنید  $V$  یک فضای برداری و  $T: V \rightarrow V$  یک تبدیل خطی باشد. در این صورت  $T(\ker T^2)$  برابر با کدام گزینه است؟

- (۱)  $\ker T^2 \cap \text{Im } T^2$
- (۲)  $\ker T \cap \text{Im } T^2$
- (۳)  $\ker T \cap \text{Im } T$
- (۴)  $\ker T^2 \cap \text{Im } T$

۱۰- فرض کنید  $V$  فضای برداری چند جمله ای های حداکثر از درجه ۱۴۰۰ با ضرایب حقیقی، روی میدان اعداد حقیقی باشد و  $T: V \rightarrow V$  یک تبدیل خطی با ضابطه  $T(P(x)) = P(x) - P(-x)$  باشد. در این صورت  $\text{rank}(T)$  (رتبه  $T$ ) برابر با کدام گزینه است؟

(۱) ۱۴۰۱

(۲) ۷۰۱

(۳) ۱۴۰۰

(۴) ۷۰۰

مبانی آنالیز ریاضی:

۱۱- فرض کنید  $\{x_n\}$  یک دنباله بازگشتی باشد به طوری که  $x_0 = 1$  و به ازای هر  $n \in \mathbb{N}$ ،  $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)x_{n-1}$ .

در این صورت دنباله  $\{x_n\}$ :

- (۱) بی کران است و لذا واگرا است.  
(۲) نزولی و کراندار است و لذا همگرا است.  
(۳) کوشی نیست و لذا واگرا است.  
(۴) صعودی و کراندار است و لذا همگرا است.

۱۲- کدام گزینه درباره سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(\pi\sqrt{1+n^2})$  درست است؟

- (۱) همگرای مطلق است.  
(۲) همگرای مشروط است.  
(۳) واگرا به بی نهایت است.  
(۴) دنباله مجموع جزئی آن کراندار است ولی سری واگرا است.

۱۳- فرض کنید  $A$  زیرمجموعه ای نامتناهی و سره از  $\mathbb{R}$  باشد و  $A^\circ$  و  $\partial A$  به ترتیب مجموعه نقاط درونی و مرزی  $A$  باشند. کدام گزینه درست است؟

- (۱) اگر  $A^\circ = \emptyset$  آنگاه  $A$  متناهی باشد.  
(۲) اگر  $\partial A$  نامتناهی باشد، آنگاه  $A^\circ = \emptyset$ .  
(۳) اگر  $\partial A$  نامتناهی باشد، آنگاه  $(\partial A)^\circ \neq \emptyset$ .  
(۴) اگر  $A$  باز و در  $\mathbb{R}$  چگال باشد، آنگاه  $\partial A$  متناهی است.

۱۴- فرض کنید تابع  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  به ازای هر  $x, y \in \mathbb{R}$  در شرط  $f(x+y) = f(x) + f(y)$  صدق کند. کدام گزینه معادل پیوستگی  $f$  بر  $\mathbb{R}$  نیست؟

- (۱)  $f$  یکنوا است.  
(۲)  $f$  بر هر بازه بسته و کراندار انتگرال پذیر ریمان است.  
(۳)  $f|_{\mathbb{Q}^c}$  (تحدید  $f$  به مجموعه اعداد گنگ)، پیوسته است.  
(۴)  $f|_{\mathbb{Q}}$  (تحدید  $f$  به مجموعه اعداد گویا)، پیوسته است.

۱۵- فرض کنید تابع حقیقی  $f$  بر بازه  $(a, b)$  مشتق پذیر باشد. کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر  $f'$  بر  $(a, b)$  پیوسته باشد، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$  موجود است.

(۲) اگر  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$  موجود باشد، آنگاه  $f'$  بر  $(a, b)$  کراندار است.

(۳) اگر  $f'$  بر  $(a, b)$  کراندار باشد، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$  موجود است.

(۴) اگر  $f$  بر  $(a, b)$  کراندار باشد، آنگاه  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$  موجود است.

مبانی آنالیز عددی:

۱۶- در یک دستگاه غیرشمار برای نمایش اعداد حقیقی در مبنای ۷ با ۳ رقم مانینس و روش گرد کردن، فاصله بین عدد ۹ و نزدیکترین عدد قابل نمایش بزرگ از ۹ چقدر است؟

(۱)  $\frac{1}{7}$

(۲)  $\frac{1}{49}$

(۳)  $\frac{1}{7^3}$

(۴)  $\frac{1}{7^2}$

۱۷-  $\lambda^*$  جواب مسأله کمترین مربعات  $\min_{\lambda} \|\lambda u - b\|_2$  که در آن  $u, b \in \mathbb{R}^n$  بردارهای ناصفر متعامد بر هم هستند برابر است با .....

(۲) یک عدد منفی

(۱) صفر

(۴) صفر یا یک عدد منفی یا یک عدد مثبت

(۳) یک عدد مثبت

۱۸-  $L_i(x)$  را تابع پایه ای لاگرانژ مربوط به نقاط متمایز  $(x_i, f_i), i=1, \dots, n+1$  در نظر بگیرید. مقدار

$$\sum_{i=1}^{n+1} L_i(x)$$

(۲) ممکن است مثبت باشد.

(۱) برابر است با صفر

(۴) برابر است با یک

(۳) ممکن است منفی باشد.

۱۹- تقریب تابع لگاریتم طبیعی به صورت  $f(x) = L_n x$  در بازه  $[1, 2]$  با تکه های خطی درون یاب مدنظر است. این بازه دست کم به چند تکه مساوی تقسیم شود تا کران بالای خطای درون یابی برای تخمین  $f$  در سراسر بازه بیش از

$$\frac{1}{2} \times 10^{-4}$$

(۱) ۲۵

(۲) ۵۰

(۳) ۷۵

(۴) ۱۰۰

۲۰- فرض کنید  $Q(x) = x^T A^T A x + 2x^T A^T b$  و  $A$  ستون های مستقل خطی دارد. جواب برای  $\min_x Q(x)$  .....

- (۱) لزوماً یکتا نیست.  
(۲) ممکن است موجود نباشد.  
(۳) جواب مسئله  $\min_x \|Ax + b\|_2$  است.  
(۴) ممکن است جواب سراسری نباشد.

مبانی جبر:

۲۱- یادآوری می کنیم که حلقه  $R$  را ساده گوئیم، هرگاه ایده آل نابدیهی نداشته باشد، و آن را اول گوئیم، هرگاه به ازای هر دو ایده آل ناصفر  $I$  و  $J$  از آن، ایده آل  $IJ$  نیز ناصفر باشد. فرض کنید  $n \geq 2$  یک عدد طبیعی باشد. در مورد

حلقه های  $R = M_n(\mathbb{Z})$  و  $S = \frac{M_n(\mathbb{Z})}{M_n(\Delta\mathbb{Z})}$  چه می توان گفت؟

- (۱)  $S$  ساده و  $R$  اول است.  
(۲)  $S$  و  $R$  هر دو ساده هستند.  
(۳)  $R$  ساده و  $S$  اول است.  
(۴)  $S$  و  $R$  ساده نیستند.
- ۲۲- تعداد یک ریختی های حلقه ای مانند  $f: C \rightarrow C$  که هر عدد حقیقی را ثابت نگه می دارند، برابر با کدام است؟

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۴  
(۴) بی نهایت

۲۳- فرض کنید  $R = \mathbb{Z}_7 \times \mathbb{Z}_7$  و  $S = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & a \end{bmatrix} : a, b \in \mathbb{Z}_7 \right\}$ . در این صورت کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $S$  و  $R$  به عنوان حلقه یکریختند ولی به عنوان گروه جمعی یکریخت نیستند.  
(۲)  $S$  و  $R$  هم به عنوان گروه های جمعی و هم به عنوان حلقه، یکریختند.  
(۳)  $S$  و  $R$  نه به عنوان گروه جمعی یکریختند و نه به عنوان حلقه.  
(۴)  $S$  و  $R$  به عنوان گروه های جمعی یکریختند ولی به عنوان حلقه یکریخت نیستند.

۲۴- فرض کنید  $G$  یک گروه و  $H$  یک زیرگروه سره آن باشد به طوری که هر عضو خارج  $H$ ، از مرتبه ۲ است. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

- (۱)  $H$  زیرگروه نرمال و ابدلی  $G$  است.  
(۲)  $H$  زیرگروه نرمال  $G$  است ولی ممکن است ابدلی نباشد.  
(۳)  $H$  ابدلی است ولی ممکن است زیرگروه نرمال  $G$  نباشد.  
(۴) ممکن است  $H$  ابدلی نبوده و زیرگروه نرمال  $G$  نباشد.

۲۵- فرض کنید  $G$  گروهی باشد که هر زیرگروه دو مولدی آن دوری است. در این صورت کدام گزینه نادرست است؟

- (۱)  $G$  ابدلی است.  
(۲) هر زیرگروه  $G$  نرمال است.  
(۳) هر زیرگروه سره  $G$  دوری است.  
(۴) هر عضو  $G$  از مرتبه متناهی است یا در غیر این صورت هر عضو غیربدیهی  $G$  از مرتبه نامتناهی است.

توپولوژی

۲۶- فرض کنید  $\tau_1$  و  $\tau_2$  دو توپولوژی روی مجموعه  $X$  باشند به طوری که  $\tau_1 \subseteq \tau_2$ . در چه صورت  $\tau_1 = \tau_2$ ؟

(۱) هر دنباله  $\tau_2$  - همگرا،  $\tau_1$  - همگرا نیز باشد.

(۲)  $(X, \tau_1)$  هاوسدورف و  $(X, \tau_2)$  فشرده باشد.

(۳) هر مجموعه  $\tau_2$  - فشرده،  $\tau_1$  - فشرده نیز باشد.

(۴)  $(X, \tau_1)$  فشرده و  $(X, \tau_2)$  هاوسدورف باشد.

۲۷- فرض کنید  $X$  و  $Y$  فضاهای توپولوژیک هاوسدورف باشند و  $X$  موضعاً فشرده باشد. کدام گزینه نادرست است؟

(۱) هر زیر مجموعه باز  $X$  با توپولوژی نسبی موضعاً فشرده است.

(۲) هر زیر مجموعه بسته  $X$  با توپولوژی نسبی موضعاً فشرده است.

(۳) اگر تابع  $f: X \rightarrow Y$  پیوسته باشد، آنگاه  $f(X)$  با توپولوژی نسبی موضعاً فشرده است.

(۴) اگر  $Y$  باز زیر مجموعه ای از یک فضای هاوسدورف فشرده همسان ریخت باشد، آنگاه  $Y$  موضعاً فشرده است.

۲۸- فرض کنید  $(X, \tau)$  یک فضای توپولوژیک همبند با بیش از یک نقطه باشد. ضعیف ترین شرط روی  $X$  که ناشمارا بودن آن را ایجاب می کند، کدام است؟

(۲) نرمال

(۱) منظم

(۴) متریک پذیری

(۳) هاوسدورف

۲۹- فرض کنید  $\tau$  توپولوژی اقلیدسی بر  $[0, 1]$  است و  $X = [0, 1] \cup \mathbb{N}$ . توپولوژی زیر را بر  $X$  در نظر بگیرید:

$$\tau^* = \tau \cup \{[0, 1] \cup A : A \subseteq \mathbb{N}\}$$

در این صورت کدام گزینه نادرست است؟

(۱)  $\tau^*$  هاوسدورف است.

(۲)  $\tau$  معادل با توپولوژی نسبی  $\tau^*$  بر  $[0, 1]$  است.

(۳)  $[0, 1]$  زیر مجموعه فشردۀ  $(X, \tau^*)$  است.

(۴)  $[0, 1]$  در  $(X, \tau^*)$  چگال است.

۳۰- فرض کنید  $(X, \tau_X)$  و  $(Y, \tau_Y)$  فضاهای توپولوژیک هستند و  $f: X \rightarrow Y$  یک تابع پوشاست به طوری که برای

هر  $V \subseteq Y$ ،  $f^{-1}(V)$  باز است اگر و تنها اگر  $V$  باز باشد. کدام گزینه درست است؟

(۱)  $\tau_X$  ضعیف ترین توپولوژی روی  $X$  است که  $f$  نسبت به آن پیوسته است.

(۲)  $\tau_X$  قوی ترین توپولوژی روی  $X$  است که  $f$  نسبت به آن پیوسته است.

(۳)  $\tau_Y$  ضعیف ترین توپولوژی روی  $Y$  است که  $f$  نسبت به آن پیوسته است.

(۴)  $\tau_Y$  قوی ترین توپولوژی روی  $Y$  است که  $f$  نسبت به آن پیوسته است.

مبانی احتمال:

۳۱- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد باشند به طوری که  $P(A|B') = \frac{1}{2}$  و  $P(B|A) = \frac{2}{5}$ ، مقدار  $\frac{P(B')}{P(A)}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{3}{5}$

(۲)  $\frac{6}{5}$

(۳)  $\frac{5}{6}$

(۴)  $\frac{5}{3}$

۳۲- فردی دارای دو سکه است. یکی از سکه ها سالم است، یعنی دارای دو وجه شیر و خط است که احتمال وقوع هر یک از آن ها  $\frac{1}{2}$  است. هر دو روی سکه دیگر شیر است. یک سکه به تصادف انتخاب و دوبار پرتاب می شود. اگر نتیجه هر دو پرتاب شیر باشد، احتمال آنکه سکه سالم انتخاب شده باشد چقدر است؟

(۱)  $\frac{1}{5}$

(۲)  $\frac{1}{3}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۴)  $\frac{2}{3}$

۳۳- اگر نسبت میانه به مد (نما) ۲ باشد، نسبت میانگین به مد تقریباً چند است؟

(۱)  $\frac{3}{5}$

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴)  $\frac{2}{5}$

۳۴- یک جعبه شامل ۱۰۰۰ لامپ روشنایی است. احتمال اینکه حداقل یک لامپ معیوب وجود داشته باشد برابر با ۰٫۱ و احتمال اینکه حداقل دو لامپ معیوب وجود داشته باشد ۰٫۰۵ است. احتمال اینکه حداکثر یک لامپ معیوب در جعبه وجود داشته باشد، کدام است؟

(۱) ۰٫۰۵

(۲) ۰٫۱

(۳) ۰٫۹

(۴) ۰٫۹۵

۳۵- داده های سرعت حرکت ۳۰ پرتابه و داده های وزن ۴۵ بسته پسته یک تولیدکننده در اختیار هستند. اگر بخواهیم میزان پراکندگی این دو مجموعه از داده ها را با هم مقایسه کنیم، کدام آماره (شاخص) زیر برای این منظور مناسب تر است؟

(۱) انحراف معیار

(۲) نیم برد چارگی

(۳) ضریب تغییرات

(۴) میانگین قدر مطلق انحراف ها



آنالیز حقیقی ۱:

۳۶- فرض کنید  $(X, \mu)$  یک فضای اندازه باشد که  $\mu(X) = 1$  و  $A_1, A_2, \dots, A_N$  زیرمجموعه های متمایز اندازه پذیر

$X$  باشند به طوری که  $\sum_{n=1}^N \mu(A_n) > N-1$ . در این صورت کدام گزینه درست است؟

(۱)  $\mu(\bigcap_{n=1}^N A_n) > 0$

(۲)  $\mu(\bigcap_{n=1}^N A_n) = 0$  ولی ممکن است  $\bigcap_{n=1}^N A_n \neq \emptyset$

(۳) هر دو مجموعه متمایز  $A_m$  و  $A_n$  اشتراک دارند ولی ممکن است  $\bigcap_{n=1}^N A_n = \emptyset$

(۴) اشتراک  $N-1$  مجموعه از  $A_n$  ها ناتهی است ولی ممکن است  $\bigcap_{n=1}^N A_n = \emptyset$

۳۷- فضای  $\mathbb{R}$  را با اندازه لیگ  $m$  و فضای  $\mathbb{R}^2$  را با اندازه لیگ  $m^2$  در نظر بگیرید و فرض کنید  $A, B \subseteq \mathbb{R}$  ناتهی باشند. کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر  $m^2(A \times B) = 0$ ، آنگاه  $A$  و  $B$  اندازه پذیر هستند.

(۲) اگر همه زیرمجموعه های  $A$  اندازه پذیر باشند، آنگاه همه زیرمجموعه های  $A \times B$  هم اندازه پذیر هستند.

(۳) اگر  $m(A) = 0$  و  $A \times B$  اندازه پذیر باشد، آنگاه  $m(B) < \infty$ .

(۴) اگر همه زیرمجموعه های  $A \times B$  اندازه پذیر باشند، آنگاه همه زیرمجموعه های  $A$  هم اندازه پذیر هستند.

۳۸- فرض کنید  $m$  اندازه لیگ روی  $\mathbb{R}$  است و  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  دو تابع باشند به طوری که برای هر  $a \in \mathbb{R}$

$m(\{x: f(x) < a\} \cap \{x: a < g(x)\}) = 0$  کدام گزینه درست است؟

(۱) همواره  $m(\{x: f(x) < g(x)\}) = 0$

(۲) برای برقراری تساوی  $m(\{x: f(x) < g(x)\}) = 0$ ، ضروری است هر دو تابع  $f$  و  $g$  اندازه پذیر باشند.

(۳) برای برقراری تساوی  $m(\{x: f(x) < g(x)\}) = 0$ ، ضروری است هر دو تابع  $f$  و  $g$  دارای برد شمارا باشند.

(۴) برای برقراری تساوی  $m(\{x: f(x) < g(x)\}) = 0$ ، ضروری است هر دو تابع  $f$  و  $g$  هم اندازه پذیر و هم دارای

برد شمارا باشند.

۳۹- فرض کنید  $C$  مجموعه کانتور است و توابع  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  با ضابطه های زیر تعریف شوند.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in C \\ 1 & x \notin C \end{cases}, \quad g(x) = x^2$$

اگر  $\mu$  یک اندازه بول روی  $\mathbb{R}$  باشد که تحت انتقال پایا است و  $\int_{[0,1]} g d\mu = 3$ ، آنگاه کدام گزینه درست است؟

$$\int_{[0,1]} f d\mu = 0 \quad (1)$$

$$\int_{[0,1]} f d\mu = 3 \quad (2)$$

$$\int_{[0,1]} f d\mu = 9 \quad (3)$$

$$\int_{[0,1]} f d\mu \text{ موجود نیست.} \quad (4)$$

۴۰- فرض کنید  $(X, \mu)$  یک فضای اندازه و برای هر  $f_n, f$  توابعی نامنفی و انتگرال پذیر بر  $X$  باشند که تقریباً همه جا

$$f_n \rightarrow f \text{ و برای هر } n, \int_X f_n d\mu = \int_X f d\mu = 1. \text{ کدام شرط برای برقراری تساوی } \lim_{n \rightarrow \infty} \int_X \left( f_n^{\frac{1}{2}} - f^{\frac{1}{2}} \right)^2 d\mu = 0$$

ضروری است؟

(۱) باید همگرایی  $f_n \rightarrow f$  بر  $X$  یکنواخت باشد. (۲) باید دنباله  $\{f_n\}$  صعودی یا نزولی باشد.

(۳) باید از مرتبه ای به بعد  $f_n = f$ . (۴) هیچ شرطی ضروری نیست.

۴۱- فرض کنید  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  تابعی گراندار باشد. در این صورت کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر  $f$  انتگرال پذیر لیگ باشد، انتگرال پذیر ریمن هم هست.

(۲) ممکن است  $f$  اندازه پذیر باشد، ولی انتگرال پذیر لیگ نباشد.

(۳) اگر  $|f|$  انتگرال پذیر لیگ باشد، آنگاه  $f$  انتگرال پذیر ریمن است.

(۴) ممکن است  $|f|$  انتگرال پذیر لیگ باشد ولی  $f$  انتگرال پذیر لیگ نباشد.

۴۲- فرض کنید  $(X, \mu)$  یک فضای اندازه و برای هر  $f_n, f$  توابع اندازه پذیر بر  $X$  باشند، به طوری که  $\int_X |f_n - f|^2 d\mu \rightarrow 0$

کدام گزینه نادرست است؟

$$\int_X |f_n - f| d\mu \rightarrow 0 \quad (1)$$

$$f_n \xrightarrow{\mu} f \text{ (همگرایی در اندازه)} \quad (2)$$

$$\int_X f_n g d\mu \rightarrow \int_X f g d\mu, \quad g \in L^2(\mu) \quad (3)$$

(۴) زیر دنباله  $\{f_{k_n}\}$  از  $\{f_n\}$  وجود دارد به طوری که  $f_{k_n} \rightarrow f$  (a.e.)

۴۳- کدام یک از مجموعه های زیر در فضای  $L_1([0,1])$  بسته است؟

(۱)  $L_1([0,1])$

(۲)  $C([0,1])$

(۳)  $A = \{f \in L_1([0,1]) : \|f\|_1 \leq 1\}$

(۴)  $B = \{f \in L_1([0,1]) : |f| \leq \phi \text{ (a.e.)}\}$  که  $\phi$  تابعی مثبت است.

۴۴- فرض کنید  $T: X \rightarrow Y$  یک عملگر خطی بین فضاهای باناخ  $X$  و  $Y$  باشد، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) عملگر  $T$  کراندار است اگر در صفر پیوسته باشد.

(۲) عملگر  $T$  در صورتی کراندار است که نمودار  $T$  (گراف  $T$ ) در  $X \times Y$  بسته باشد.

(۳) اگر عملگر  $T$  دوسویی و پیوسته باشد، ممکن است  $T^{-1}$  پیوسته نباشد.

(۴) اگر عملگر  $T$  کراندار و پوشا باشد، آنگاه  $T$  مجموعه های باز را به مجموعه های باز می نگارد.

۴۵- فرض کنید  $H$  یک فضای هیلبرت و  $\{x_i\}_{i \in I}$  خانواده ای تاشمارا و یکامتعامد در  $H$  باشد. اگر  $x \in H \setminus \{0\}$  و

$(x_i, x)$  ضرب درونی  $x$  و  $x_i$  باشد، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

(۱)  $\sum_{i \in I} |(x_i, x)|^2 \leq \|x\|^2$

(۲)  $\sum_{i \in I} |(x_i, x)| \leq \|x\|$

(۳) مجموعه  $\{i \in I : (x_i, x) = 0\}$  نامتناهی است.

(۴) دنباله ای از خانواده  $\{x_i\}_{i \in I}$  مانند  $\{x_{i_n}\}$  یافت می شود که  $(x_{i_n}, x) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$ .

جواب پیشنهادی:

۴۶- فرض کنید  $R$  یک حلقه جابه جایی و یکدار است. کدام گزینه نادرست است؟

(۱) اگر  $R$  حلقه ای آرئینی باشد، آنگاه  $R[x]$  حلقه ای آرئینی است.

(۲) اگر  $R$  حلقه ای نوتری باشد، آنگاه  $R[x]$  حلقه ای نوتری است.

(۳) اگر  $R$  حلقه ای نوتری باشد، آنگاه  $R[x, y]$  حلقه ای نوتری است.

(۴) اگر  $R[x]$  حلقه ای آرئینی باشد، آنگاه  $R$  حلقه ای آرئینی است.

۴۷- اگر  $M = \text{Hom}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}, \prod_{i \in \mathbb{N}} \mathbb{Z})$  و  $N = \text{Hom}_{\mathbb{Z}}(\bigoplus_{i \in \mathbb{N}} \mathbb{Z}, \mathbb{Z})$ ، آنگاه کدام یک از یکرختی های زیر به عنوان

$\mathbb{Z}$  - مدول درست است؟

(۱)  $M \cong N \cong \bigoplus_{i \in \mathbb{N}} \mathbb{Z}$

(۲)  $N \cong \bigoplus_{i \in \mathbb{N}} \mathbb{Z}$  و  $M \cong \prod_{i \in \mathbb{N}} \mathbb{Z}$

(۳)  $M \cong N \cong \prod_{i \in \mathbb{N}} \mathbb{Z}$

(۴)  $N \cong \prod_{i \in \mathbb{N}} \mathbb{Z}$  و  $M \cong \bigoplus_{i \in \mathbb{N}} \mathbb{Z}$

۴۸- کدام گزینه درست است؟ (به عنوان یکریختی گروه های اَبلی)

$$\text{Hom}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}_{1400}, \mathbb{Z}_{1402}) = \mathbb{Z}_{1400} \quad (۲) \quad \text{Hom}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}_{1400}, \mathbb{Z}_{1402}) = \langle 0 \rangle \quad (۱)$$

$$\text{Hom}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}_{1400}, \mathbb{Z}_{1402}) = \mathbb{Z}_2 \quad (۴) \quad \text{Hom}_{\mathbb{Z}}(\mathbb{Z}_{1400}, \mathbb{Z}_{1402}) = \mathbb{Z}_{1402} \quad (۳)$$

۴۹- در مورد  $\mathbb{Z}$ -مدول  $\mathbb{Q}[x] \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Z}[x]$ ، کدام گزینه درست است؟

(۱) نه تصویری است و نه تزریقی

(۲) هم تصویری است و هم تزریقی

(۳) تصویری است ولی تزریقی نیست.

(۴) تزریقی است ولی تصویری نیست.

۵۰- فرض کنید  $a \in \mathbb{Z}_{28}$  و به ازای هر  $\mathbb{Z}_{28}$ -مدول ساده مانند  $M$  داشته باشیم  $aM = 0$ . در این صورت  $a$  برابر کدام مورد است؟

(۱) ۱۴

(۲) ۱۵

(۳) ۱۶

(۴) ۱۷

۵۱- تعداد اعضای  $J(\mathbb{Z}_{1400})$  کدام گزینه است؟ ( $J(R)$ ، رادیکال جیکوبسن حلقه  $R$  می باشد.)

(۱) ۲۰

(۲) ۲۵

(۳) ۵۶

(۴) ۱۰۰

۵۲- اگر  $M$  یک  $\mathbb{Z}_{10}$ -مدول آرئینی آزاد باشد، آنگاه کدام گزینه در مورد  $M$  به عنوان  $\mathbb{Z}$ -مدول درست است؟

(۱) نه نوتری است و نه آرئینی

(۲) هم نوتری است و هم آرئینی

(۳) نوتری نیست ولی آرئینی است.

(۴) نوتری است ولی آرئینی نیست.

۵۳- فرض کنید  $R$  حلقه ای یکدار و  $f: R \rightarrow R$  تابعی باشد که به ازای هر  $a, b \in R$ ، در شرایط زیر صدق می کند:

$$۱) f(a+b) = f(a) + f(b) \quad ۲) f(ab) = f(b)f(a) \quad ۳) f(f(a)) = a$$

در این صورت کدام گزینه در مورد رادیکال جیکوبسن  $R$  درست است؟

$$f(J(R)) = J(R) \quad (۱)$$

$$J(R) \subsetneq f(J(R)) \quad (۲)$$

$$f(J(R)) \subsetneq J(R) \quad (۳)$$

(۴) بستگی به حلقه  $R$  دارد و ممکن است هر یک از حالات مذکور در گزینه های دیگر رخ دهد.

۵۴-  $\mathbb{C}[x]$ -مدول  $\text{Hom}_{\mathbb{C}[x]} \left( \frac{\mathbb{C}[x]}{\langle x^2 \rangle}, \frac{\mathbb{C}[x]}{\langle x \rangle} \right)$ ، با کدام گزینه یکریخت است؟

(۱) صفر

$$\frac{\mathbb{C}[x]}{\langle x^2 \rangle} \quad (۲)$$

$$\frac{\mathbb{C}[x]}{\langle x \rangle} \quad (۳)$$

$$\frac{\langle x \rangle}{\langle x^2 \rangle} \quad (۴)$$

۵۵- فرض کنید  $R$  حلقه ای جابه جایی و یکدار و تنها دارای یک ایده آل ماکسیمال باشد که به عنوان  $-R$  مدول تزریقی است. اگر  $I$  و  $J$  ایده آل هایی از  $R$  باشند که  $I \cap J = (0)$ ، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

(۱)  $\frac{R}{I}$  یا  $\frac{R}{J}$  یک  $-R$  مدول آزاد است.

(۲) یک  $-R$  همریختی  $\psi: R \rightarrow \frac{R}{I} \oplus \frac{R}{J}$  وجود دارد که یک به یک است.

(۳) یک  $-R$  همریختی  $\varphi: \frac{R}{I} \oplus \frac{R}{J} \rightarrow R$  وجود دارد که پوشاست.

(۴)  $\frac{R}{I}$  یا  $\frac{R}{J}$  یک  $-R$  مدول تصویری است ولی آزاد نیست.

بهینه سازی خطی پیشرفته ۱:

۵۶- اگر برای مسئله

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= c^T x \\ \text{s.t. } Ax &\geq b \end{aligned}$$

با  $b \leq 0$  داشته باشیم:  $Ax \geq b \Rightarrow c^T x \leq 0$  آنگاه

(۱)  $A^T v \leq c$  وجود دارد به طوری که  $v \geq 0$

(۲)  $A^T v \geq c$  وجود دارد به طوری که  $v \geq 0$

(۳)  $A^T v = c^T$  وجود دارد به طوری که  $v \geq 0$

(۴)  $A^T v = c$  وجود دارد به طوری که  $v \leq 0$

۵۷- مسئله (P) را به صورت

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= \sum_{i=1}^n x_i \\ \text{s.t. } Ax &= 0 \quad (P) \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

در نظر بگیرید که در آن،  $A, m \times n$  داده شده است. دوگان (P) را (D) بنامید. اگر (P) جواب شدنی  $x \neq 0$  داشته باشد، آنگاه

(۱) (P) بی کران است.

(۲) (D) بی کران است.

(۳) (P) و (D) هر دو بی کران هستند.

(۴) (P) و (D) جواب های بهینه دارند.

۵۸- فرض کنید برای مسئله برنامه ریزی خطی به صورت

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= c^T x \\ \text{s.t. } Ax &= b \quad (P) \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

جواب بهینه  $x^*$  با پایه بهینه  $B$  در دست است. بردار  $c$  را با  $d \neq c$  جایگزین کنید. قرار دهید  $\bar{y}_0 = d_B^T B^{-1} a_j - d_j$  به ازای هر  $j$ . گزینه درست را انتخاب کنید.

(۱)  $\bar{y}_0$ ، به ازای هر  $j$  به طوری که  $x_j$  متغیر غیر پایه ای، آزاد است.

(۲)  $\bar{y}_0 \leq 0$ ، به ازای هر  $j$

(۳)  $\bar{y}_0 \geq 0$ ، به ازای هر  $j$

(۴)  $\bar{y}_0 \neq 0$ ، به ازای هر  $j$

۵۹- برای مسئله  $(P')$  به صورت

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= c^T x \\ \text{s.t. } Ax &= b \quad (P) \\ 0 &\leq x \leq u \end{aligned}$$

گزینه درست را انتخاب کنید.

(۱)  $(P)$  می تواند بی کران باشد.

(۲)  $(P)$  می تواند ناشدنی باشد ولی دوگان  $(P)$  شدنی است.

(۳)  $(P)$  همواره شدنی است و جواب بهینه دارد.

(۴)  $(P)$  و دوگان  $(P)$  هر دو می توانند ناشدنی باشند.

۶۰- فرض کنید یک مسئله  $(P)$  به صورت

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= c^T x \\ \text{s.t. } Ax &= b \quad (P) \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

دارای جواب بهینه است. قید جدید  $d^T x = h_0$  را به  $(P)$  اضافه کنید و مسئله جدید را  $(P')$  بنامید. گزینه درست را انتخاب کنید.

(۱)  $(P')$  همواره جواب بهینه دارد.

(۲)  $(P')$  می تواند بی کران باشد.

(۳)  $(P')$  یا ناشدنی است یا جواب بهینه دارد.

(۴) دوگان  $(P')$  نمی تواند بی کران باشد.

۶۱- مسئله اولیه  $(P)$  را به صورت

$$\begin{aligned} \text{Max } t &= b^T y + L^T v + U^T w \\ \text{s.t. } A^T y + v + w &= c \quad (P) \\ v &\geq 0 \\ w &\leq 0 \end{aligned}$$

در نظر بگیرید و دوگان آن را  $(D)$  بنامید. گزینه درست را انتخاب کنید.

(۱)  $(D)$  همواره شدنی است.

(۲)  $(D)$  همواره جواب بهینه دارد.

(۳)  $(P)$  بی کران است، اگر  $(D)$  ناشدنی باشد.

(۴)  $(D)$  و  $(P)$  هر دو ناشدنی هستند.

۶۲- مسئله (P) را به صورت

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i=1, \dots, n \quad (1) \\ & \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j=1, \dots, n \quad (2) \\ & x_{ij} \geq 0, \quad i, j=1, \dots, n \end{aligned} \quad (P)$$

در نظر بگیرید و دوگان آن را (D) بنامید. متغیرهای دوگان مربوط به قید i ام در (1) و قید j ام در (2) را به ترتیب  $u_i$  و  $v_j$  بگیرید. اگر  $x$  و  $(u, v)$  به ترتیب برای (P) و (D) نقاط بهینه کننده باشند، آنگاه .....

$$(1) \quad u_i + v_j \geq 1, \quad \text{به ازای هر } i \text{ و } j$$

$$(2) \quad u_i + v_j = 1 \quad \text{یا} \quad x_{ij} = 0, \quad \text{به ازای هر } i \text{ و } j$$

$$(3) \quad u_i + v_j = 1 \quad \text{یا} \quad x_{ij} \neq 0, \quad \text{به ازای هر } i \text{ و } j$$

$$(4) \quad u_i + v_j \leq 1 \quad \text{یا} \quad x_{ij} > 0, \quad \text{به ازای هر } i \text{ و } j$$

۶۳- مسئله برنامه ریزی خطی (P) را که در آن  $A = -A^T$  در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= c^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax \leq c \quad (P) \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

گزینه درست را در مورد مسئله (P) انتخاب کنید.

(1) ناشدنی است.

(2) یا بی کران است یا ناشدنی است.

(3) یا ناشدنی است یا بی کران است یا جواب بهینه دارد.

(4) یا ناشدنی است یا جواب بهینه دارد.

۶۴- مسئله های برنامه ریزی خطی (P) و (R) را به صورت های زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= c^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b \quad (P) \\ & x \geq 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{Min } t &= c^T x + M \sum_{i=1}^n y_i \\ \text{s.t.} \quad & Ax + y = b \quad (R) \\ & x \geq 0 \\ & y \geq 0 \end{aligned}$$

اگر (P) جواب بهینه با مقدار  $z^*$  داشته باشد، آنگاه (R) .....

(1) می تواند ناشدنی باشد.

(2) می تواند به ازای برخی  $M > 0$  بی کران باشد.

(3) می تواند به ازای برخی  $M > 0$  جواب بهینه با مقدار بهینه بیشتر از  $z^*$  داشته باشد.

(4) به ازای هر  $M > 0$ ، جواب بهینه با مقدار بهینه نابیشتر از  $z^*$  دارد.

۶۵- مسئله برنامه ریزی خطی استاندارد را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\text{Min } z = c^T x$$

$$\text{s.t. } Ax = b \quad (P)$$

$$x \geq 0$$

فرض کنید  $x > 0$  و  $s > 0$  وجود دارند به طوری که  $Ax = b$  و  $A^T y + s = c$ ، به ازای برخی  $y$ . گزینه درست را انتخاب کنید.

- (۱) جواب بهینه دارد. (P)  
(۲) می تواند بی کران باشد. (P)  
(۳) دوگان (P) می تواند ناشدنی باشد.  
(۴) دوگان (P) می تواند بی کران باشد.

### اصول آموزش ریاضی

۶۶- آخرین رویکرد قالب جهانی در تولید برنامه درسی ریاضی قبل از «استانداردهای هسته مشترک برنامه درسی

ریاضی» (Common Core Mathematics Curriculum Standards)، کدام بود؟

- (۱) استانداردهای برنامه درسی ریاضی  
(۲) رویکرد حل مسئله  
(۳) دوره ریاضی جدید  
(۴) نهضت رجعت به اصول

۶۷- منظور از واژه «فروهم» در آموزش ریاضی چیست؟

- (۱) فرایند ریاضی  
(۲) عبارتی موهوم در ریاضی  
(۳) مفهوم ریاضی  
(۴) دربرگیرنده فرایند و مفهوم ریاضی

۶۸- رشته «آموزش ریاضی»، مولود کدام یک از دیسپلین های دانشگاهی بود؟

- (۱) علوم تربیتی  
(۲) روان شناسی  
(۳) ریاضی  
(۴) فلسفه

۶۹- سازمان اصلی متولی آموزش ریاضی در جهان، کدام یک از موردهای زیر است؟

- (۱) کنفرانس بین المللی آموزش ریاضی (ICME)  
(۲) اتحادیه بین المللی جهانی ریاضی (IMU)  
(۳) کمیسیون بین المللی تدریس ریاضی (ICMI)  
(۴) گروه بین المللی روان شناسی آموزش ریاضی (PME)

۷۰- از نظر ریچارد اسکمپ، دو مؤلفه اصلی نظریه «یادگیری هوشمند» در آموزش ریاضی، کدامند؟

- (۱) فهم رویه ای و فهم معنادار  
(۲) فهم ابزاری و فهم رابطه ای  
(۳) فهم رابطه ای و فهم طوطی وار  
(۴) فهم عمیق و فهم کاربردی قواعد

۷۱- از نظر هیگنسون (۱۹۸۱)، اصول آموزش ریاضی توسط کدام چهار گروه زیر تبیین می شوند؟

- (۱) ریاضی دانان، معلمان، آموزشگران معلمان و پژوهشگران آموزش ریاضی  
(۲) معلمان، آموزشگران معلمان، سیاست گذاران و پژوهشگران آموزش ریاضی  
(۳) ریاضی دانان، تدوین کنندگان برنامه درسی، معلمان و آموزشگران معلمان ریاضی  
(۴) معلمان، تدوین کنندگان برنامه درسی، آموزشگران معلمان و پژوهشگران آموزش ریاضی

۷۲- در رویکرد یادگیری «آموزش ریاضیات واقعیت مدار»، ریاضی چگونه تبیین شده است؟

- (۱) ریاضی یک فعالیت انسانی است.  
(۲) ریاضی قطعیت است.  
(۳) ریاضی دانش پیشینی است.  
(۴) ریاضی مستقل از زمینه دنیای واقعی است.



۷۳- کدام گزینه، دامنه فعالیت های آموزشگران ریاضی را توضیح می دهد؟

- (۱) تدریس ریاضی، به کارگیری نظریه ها در پژوهش های آموزش ریاضی
- (۲) تبیین نظریه های جدید یادگیری ریاضی، توسعه حرفه ای معلمان ریاضی
- (۳) تدوین برنامه های درسی ریاضی، تبیین نظریه های جدید یادگیری ریاضی
- (۴) هر سه مورد صحیح است.

۷۴- با شیوع همه گیری کووید - ۱۹ و فراگیر شدن آموزش مجازی در جهان، «فناوری های دیجیتال» در فرایند تدریس و یادگیری ریاضی، چه تغییری ایجاد کرده است؟

- (۱) تغییر نقش فناوری دیجیتال از ابزاری در خدمت تدریس و یادگیری ریاضی، به رسانه یادگیری
- (۲) تغییر نقش معلم ریاضی کلاس درس از متبع اصلی تدریس به کاربر فناوری دیجیتال
- (۳) تغییر رویکرد به ارزشیابی ریاضی از آزمون های تشریحی به آزمون های چندگزینه ای آنلاین
- (۴) مناسب سازی برنامه درسی ریاضی موجود برای آموزش مجازی

۷۵- آلفن بیشاپ، دو مؤلفه را در آموزش ریاضی مطرح کرد تا این ادعا را که «ریاضی یک زبان بین المللی» است و در همه جا، یک و تنها یک روش ارائه دارد، به چالش بکشد. این دو مؤلفه کدامند؟

- (۱) حل مسئله و فرهنگ ها
- (۲) فرهنگ ها و ارزش ها
- (۳) بازنمایی ها و ارزش ها
- (۴) ارزش ها و مسائل دنیای واقعی

www.Sanjesh3.com