



استفاده از ماشین حساب مجاز است:

۱. هرگاه $B = (b_{ij})_{n \times n}$, $A = (a_{ij})_{n \times n}$ دو ماتریس مربعی باشند، کدام گزینه همیشه درست است؟

الف. هرگاه به ازای $a_{ij} = 0, |i - j| > 3$ باشد، A نگاه یک ماتریس سه قطری خواهد بود.

ب. هرگاه به ازای $a_{ij} = 0, i - j > 1$ باشد، در این صورت A یک ماتریس پایین هسنبیگی خواهد بود.

ج. هرگاه $\det A = \det B \neq 0$ باشد، $A = B$ می باشد.

د. هرگاه $A \neq 0$ باشد، در این صورت $tr(AA^t) > 0$ خواهد بود.

۲. اگر B یک ماتریس و C, A ماتریسهای وارون پذیر باشند، وارون ماتریس $\begin{bmatrix} A & B \\ 0 & C \end{bmatrix}$ کدام است؟

الف. $\begin{bmatrix} C^{-1} & -A^{-1}BC^{-1} \\ 0 & A^{-1} \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} A^{-1} & -A^{-1}BC^{-1} \\ 0 & C^{-1} \end{bmatrix}$

ج. $\begin{bmatrix} C^{-1} & 0 \\ -A^{-1}BC^{-1} & A^{-1} \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} A^{-1} & 0 \\ -C^{-1}BA^{-1} & C^{-1} \end{bmatrix}$

۳. کدام یک از ماتریسهای زیر یک ماتریس هر میتی می باشد؟

الف. $\begin{bmatrix} 0 & 5 \\ -5 & 0 \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} 3 & 7+8i \\ 7-8i & 4 \end{bmatrix}$

ج. $\begin{bmatrix} 1+i & 1+i \\ 1-i & -1+i \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$

۴. کدام یک از روابط زیر یک نرم ماتریسی را مشخص می کند؟ (A یک ماتریس مربعی است.)

الف. $\|A\| = \rho(A)$ ب. $\|A\| = \max_{i,j} |a_{ij}|$

ج. $\|A\| = \sqrt{\rho(A^t A)}$ د. $\|A\| = \max_i |a_{ij}|$



تعداد سؤالات: فنی ۲۰ تکمیلی ۵
زمان امتحان: فنی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۹۰ دقیقه
تعداد کل صفحات: ۶

نام درس: آنالیز عددی ۲
رشته تحصیلی: گرایش ریاضی - علوم کامپیوتر
کد درس: ۲۴۳۴۷۹-۲۴۳۳۱۳

۵. دستگاه معادلات خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

می‌خواهیم این دستگاه معادلات را به روش گوس - سایدل با $x^{(0)} = (0, 0, 0)$ حل کنیم. با قراردادن مقدار اولیه $x^{(0)}$ در معادلات مقدار $x^{(1)}$ عبارتند از:

الف. $(4, -4/667, 3/667)$ ب. $(4, 0/667, 3)$
ج. $(4, 0/667, 3/667)$ د. $(4, 4, 4)$

۶. اگر دستگاه معادلات مسئله ۵ را به روش ژاکوبی حل کنیم، $x^{(2)}$ عبارتند از:

الف. $(-0/333, 1/667, 3/333)$ ب. $(4, 0/667, 3)$
ج. $(9/667, 1/444, 3/667)$ د. $(4, -4/667, 3/667)$

(۷) اگر ماتریس ضرایب یک دستگاه معادلات خطی به صورت $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ باشد. ماتریس تکرار روش گوس - سایدل عبارتند از:

الف. $\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -3 & 0 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$

ج. $A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 4 \\ 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

(۸) در یک روش تکراری برای حل دستگاه معادلات خطی، به ماتریس تکرار B رسیده ایم که دارای مقادیر ویژه $\lambda_1 = 0/1, \lambda_2 = 0/2$ می‌باشند. حال اگر از روش تسریع یافته (SOR) استفاده کنیم مقادیر ویژه ماتریس جدید عبارت خواهد شد از:

الف. $\mu_1 = 0/1, \mu_2 = -0/2$ ب. $\mu_1 = 0/1, \mu_2 = 0/2$
ج. $\mu_1 = 1-0/9W, \mu_2 = 1-0/8W$ د. $\mu_1 = 1-0/1W, \mu_2 = 1-0/2W$

۹. در مسئله ۸ بهترین انتخاب W کدام گزینه خواهد بود؟

الف. $W = 1$ ب. $W = 6/667$ ج. $W = 0$ د. $W = 1/176$



تعداد سؤالات: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵
زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۹۰ دقیقه
تعداد کل صفحات: ۶

نام درس: آنالیز عددی ۲
رشته تحصیلی: گرایش: ریاضی — علوم کامپیوتر
کد درس: ۲۴۳۴۷۹-۲۶۳۳۱۳

۱۰. اگر مقادیر ویژه ماتریس A ، 1, 2, 3 باشد، مقادیر ویژه ماتریس $B = I - 2A^{-1}$ کدام گزینه خواهد بود؟

- الف. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ ب. $-1, -3, -5$ ج. $-\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{3}$ د. $0, \frac{1}{3}, -2$

۱۱. ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. مجموع مقادیر ویژه ماتریس A کدام است؟

- الف. ۳ ب. ۰ ج. ۷ د. ۱۴

۱۲. دوایر قضیه گرشگورین برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 5 & -7 \end{bmatrix}$ عبارتند از:

- الف. $|z-4| < 5, |z-1| < 1, |z-4| < 4$ ب. $|z-4| < 3, |z-1| < 5, |z+7| < 8$
ج. $|z-4| < 5, |z-1| < 5, |z-7| < 4$ د. $|z-4| < 5, |z-1| < 5, |z+7| < 6$

۱۳. اگر برای یافتن چند جمله‌ای مشخصه ماتریس $A = (a_{ij})_{n \times n}$ از روش لویییر استفاده گردد، کدام یک از عبارات زیر قابل محاسبه می باشند؟

الف. $A^* Y^{(0)} + p_1 A^* Y^{(0)} + p_2 A^* Y^{(0)} + p_3 A Y^{(0)} + p_4 Y^{(0)} = 0$

ب. $P_p = -\frac{1}{4}(s_4 + p_1 s_3 + p_2 s_2 + p_3 s_1)$

ج. $p(3) = 3^4 + p_1 3^3 + p_2 3^2 + p_3 3^1 + p_4$

د. $\det(A - \lambda I) = 0$

۱۴. در روش توانی برای یافتن بزرگترین مقدار ویژه ماتریس $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -2 \\ 4 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ با بردار $X^{(0)} = (1, 0, 0)$ شروع می کنیم $Y^{(2)}$ عبارتند از:

ب. $(1, -0/286, -0/571)^T$

د. $(0/25, -0/571, 1)^T$

الف. $(-0/25, 0/5, 1)^T$

ج. $(1, 0/5, -0/25)^T$



نام درس: آنالیز عددی ۲

رشته تحصیلی: گرافیک - ریاضی - علوم کامپیوتر

کد درس: ۲۴۳۴۷۹-۲۴۳۳۱۳

تعداد سئوال: هفتی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۵

زمان امتحان: هفتی و تکمیلی ۶۰ دقیقه تشریحی ۹۰ دقیقه

تعداد کل صفحات: ۶

فرض کنید ماتریس $A = \begin{bmatrix} 10 & -6 & -4 \\ -6 & 11 & 2 \\ -4 & 2 & 6 \end{bmatrix}$ باشد و بزرگترین مقدار ویژه آن $\lambda_1 = 18$ و بردار ویژه آن

$V_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ می باشد. با توجه به این مطلب به سوالات ۱۵ و ۱۶ پاسخ دهید.

۱۵. اگر بخواهیم از روش تقلیل برای محاسبه بقیه مقادیر ویژه ماتریس A استفاده کنیم، بردار W عبارتند از:

الف. $(4, -6, -10)$ ب. $(-\frac{1}{4}, 1, -\frac{1}{2})$ ج. $(2, 1, -6)$ د. $(\frac{1}{2}, -1, 1)$

۱۶. ماتریس تقلیل یافته ماتریس A کدام گزینه است؟

الف. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

ج. $\begin{bmatrix} 10 & -6 & -4 \\ -10 & 6 & 4 \\ 5 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

۱۷. فرض کنید برای قطری کردن ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 10 & 12 \\ 4 & 12 & 17 \end{bmatrix}$ از روش ژاکوبی استفاده کرده ایم. مقدار θ برای

اولین ماتریس دوران معین S_1 کدام گزینه می تواند باشد؟ (θ برحسب رادیان است)

الف. $0/588$ ب. $0/644$ ج. $0/927$ د. $0/521$

۱۸. اگر در مسئله ۱۷ از روش گیونز استفاده گردد، مقدار θ برای سه قطری کردن ماتریس A کدام گزینه است؟

الف. $0/588$ ب. $0/644$ ج. $0/927$ د. $0/521$