

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آمار ریاضی (۲)
رشته تحصیلی و کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۳)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانش‌ها و خردهاست؛ نه به ثروت‌ها و تبارها.

۱. فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از تابع چگالی $f(x; \theta) = \frac{2x}{\theta^2} \cdot I_{(0, \theta)}(x)$ باشد یک کمیت محوری برای بدست آوردن بر آورد فاصله ای θ کدام است؟

الف. \bar{X} ب. $\frac{1}{\bar{X}}$ ج. $-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \ln \frac{X_i}{\theta}$ د. $-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \ln X_i$

۲. فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع $U(\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2})$ باشد، ضریب اطمینان بازه تصادفی (Y_1, Y_n) برای θ چقدر است؟

الف. ۱ ب. $1 - (\frac{1}{2})^{n-1}$ ج. $(\frac{1}{2})^n$ د. $(\frac{\theta}{2})^n$

۳. فرض کنید \bar{X} نمایانگر میانگین نمونه ای n تایی از توزیع $N(\mu, 16)$ باشد، کمترین مقدار n که $(\bar{X} - 1, \bar{X} + 1)$ یک فاصله اطمینان ۹۰ درصد برای μ باشد کدام است؟

الف. ۹۰ ب. ۱۶ ج. ۴۴ د. ۱۳

۴. فرض کنید $X_1, \dots, X_n \sim f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x}$ باشند. یک فاصله اطمینان $(1 - \alpha)100$ درصدی برای $P(X > 1)$ کدام است؟

الف. $(e^{-\bar{X}}, e^{\bar{X}})$ ب. $(e^{-\frac{1}{\bar{X}}}, e^{+\frac{1}{\bar{X}}})$

ج. $(e^{-\frac{\chi^2_{2n, 1-\frac{\alpha}{2}}}{2n\bar{X}}}, e^{-\frac{\chi^2_{2n, \frac{\alpha}{2}}}{2n\bar{X}}})$ د. $(e^{-2\bar{X}}, e^{-\bar{X}})$

۵. فرض کنید $X_1, \dots, X_n \sim f(x; \theta) = \frac{2}{\theta^2}(\theta - x)I_{(0, \theta)}(x)$ باشند. یک کمیت محوری مناسب کدام است؟

الف. $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n X_i$ ب. $\frac{2\theta}{\bar{X}}$ ج. $\frac{Y_1}{\theta}$ د. $-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \ln(\theta - \frac{X_i}{\theta})$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آمار ریاضی (۲)
رشته تحصیلی و کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۳)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۶. فرض کنید X یک نمونه از توزیع $X = 0, 1, 2, \dots$ و $f(x) = p(1-p)^x$ باشد. ناحیه بحرانی تواناترین آزمون سطح $\alpha = 0.19$ برای فرض $H_0: p = 0.1$ در مقابل $H_1: p = 0.2$ کدام است؟

الف. $\{1, 2\}$ ب. $\{1\}$ ج. $\{0, 2\}$ د. $\{0, 1\}$

۷. فرض کنید Λ_n نشان دهنده نسبت درستنمایی تعمیم یافته باشد. آنگاه $-2 \ln \Lambda_n$ تقریباً دارای توزیع است.

الف. فیشر ب. یکنواخت ج. نرمال د. کی دو

۸. کدامیک ناحیه بحرانی آزمون نسبت احتمال دنباله‌ای است؟

الف. $\bigcup_{n=1}^{\infty} \{(x_1, \dots, x_n) : k_0 < \lambda_j(x_1, \dots, x_j) < k_1, j = 1, \dots, n-1, \lambda_n < k_0\}$

ب. $\bigcup_{n=1}^{\infty} \{(x_1, \dots, x_n) : k_0 < \lambda_j(x_1, \dots, x_n) < k_1\}$

ج. $\bigcap_{n=1}^{\infty} \{(x_1, \dots, x_n) : k_1 < \lambda_j(x_1, \dots, x_j) < k_0, j = 1, \dots, n\}$

د. $\bigcap_{n=1}^{\infty} \{(x_1, \dots, x_n) : \lambda_j(x_1, \dots, x_n) > k_1, j = 1, \dots, n\}$

۹. فرض کنید X یک مشاهده از چگالی $I_{(0,1)}(x)$ $f(x; \theta) = \theta x^{\theta-1}$ باشد. برای آزمون فرض $H_0: \theta \leq 1$ در مقابل

$H_1: \theta > 1$ ناحیه بحرانی $C = \left(\frac{1}{p}, 1\right)$ تعیین شده است. اندازه آزمون چقدر است؟

الف. $\frac{1}{p}$ ب. $\frac{1}{p^2}$ ج. $\left(\frac{1}{p}\right)^\theta$ د. $1 - \left(\frac{1}{p}\right)^\theta$

۱۰. فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از $f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} I_{(0,\theta)}(x)$ باشد. ناحیه بحرانی به طور یکنواخت تواناترین آزمون

سطح α برای آزمودن فرض $H_0: \theta = \theta_0$ در مقابل $H_1: \theta \neq \theta_0$ کدام است؟

الف. $\bar{X} > \sqrt[n]{\alpha}$

ب. $\bar{X} < \sqrt[n]{\alpha}$

ج. $\theta_0 (\sqrt[n]{\alpha}) < Y_n < \theta_0$

د. برای فرض‌های دوطرفه آزمون به طور یکنواخت تواناترین وجود ندارد

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آمار ریاضی (۲)
رشته تحصیلی و کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۳)

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱۱. فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه ای از توزیع $f(x; \theta) = I_{(\theta, \theta+1)}(x)$ است. برای آزمودن فرض $H_0: \theta = 0$ در مقابل $H_1: \theta > 0$ ناحیه بحرانی $Y_n \geq 1$ یا $Y_1 \geq k$ به دست آمده است. مقدار k چقدر باشد تا اندازه آزمون برابر α باشد؟

الف. $1 - \sqrt[n]{\alpha}$ ب. $\sqrt[n]{1 - \alpha}$ ج. α د. $1 - \frac{\alpha}{n}$

۱۲. خانواده توزیعهای $N(0, \sigma^2)$ براساس نمونه n تایی X_1, X_2, \dots, X_n نسبت به کدام آماره دارای خاصیت MLR هستند؟

الف. X ب. $\sum X_i^2$ ج. $\frac{1}{\bar{X}}$ د. S^2

۱۳. فرض کنید X یک متغیر تصادفی گسسته با توابع احتمال زیر باشد ناحیه بحرانی آزمون نسبت درستمایی تعمیم یافته برای آزمون فرض $H_0: \theta = 0$ در مقابل $H_1: \theta \neq 0$ کدام است؟

x	۱	۲	۳	۴
$f(x; -1)$	۰/۵۳	۰/۳	۰/۰۰	۰/۱۷
$f(x; 0)$	۰/۶	۰/۲	۰/۱	۰/۱
$f(x; 1)$	۰/۶	۰/۲۲	۰/۱۸	۰/۰۰

الف. $C = \{1, 2\}$ ب. $C = \{2\}$ ج. $C = \{3\}$ د. $C = \{3, 4\}$

۱۴. فرض کنید در مسئله قبل مشاهده ۲ به دست آمده باشد. در سطح خطای ۰/۴ نتیجه آزمون چیست؟

الف. $\theta = -1$ ب. $\theta = 1$ ج. $\theta = 0/3$ د. $\theta = 0$

۱۵. فرض کنید X_1, X_2 دو نمونه تصادفی از توزیع پواسن با میانگین θ باشند. آزمون بطور یکنواخت تواناترین در سطح $\alpha = 1 - e^{-\theta}$ برای فرض $H_0: \theta = 1$ در مقابل $H_1: \theta > 1$ به چه صورت است؟

الف. $\varphi(x_1) = \begin{cases} 1 & x_1 > 1 \\ 0 & x_1 \leq 1 \end{cases}$ ب. $\varphi(x_1 + x_2) = \begin{cases} 1 & x_1 < x_2 \\ 0 & x_1 \geq x_2 \end{cases}$
ج. $\varphi(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & x_1 < x_2 \\ 0 & x_1 \geq x_2 \end{cases}$ د. $\varphi(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & x_1 + x_2 \geq 1 \\ 0 & x_1 + x_2 < 1 \end{cases}$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آمار ریاضی (۲)
رشته تحصیلی و کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۳)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۶. در مدل خطی ساده حالت A داریم

$$\text{var}(\hat{\beta}_1) = \frac{\beta^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{ب.}$$

$$\text{var}(\hat{\beta}_0) = \frac{\sigma^2}{X} \quad \text{الف.}$$

$$\text{var}(\hat{\beta}_0) = \frac{\sigma^2 \sum x_i^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{د.}$$

$$\text{var}(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{ج.}$$

۱۷. در مدل خطی ساده ی حالت A توزیع $(n-2) \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}$ چیست؟ $\hat{\sigma}^2$ برآوردگر ناریب σ^2 است

ب. نرمال

الف. تی با $n-2$ درجه آزادید. کی دو با $n-2$ درجه آزادی

ج. نمایی

۱۸. برآورد پارامترهای β_0 ، β_1 در مدل خطی ساده $Y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ تحت دو حالت A, B:

الف. متفاوت هستند

ب. برآورد β_0 در هر دو مدل یکی است اما برآورد β_1 فرق داردج. برآورد β_1 یکسان اما β_0 در دو روش فرق می کند

د. هر دو یکسان هستند

۱۹. در مدل خطی ساده تحت حالت A برآوردگرهای $\hat{\beta}_0$ ، $\hat{\beta}_1$ مستقلند هرگاه

الف. $\bar{y} = 0$ ب. همواره مستقلند ج. $\bar{x} = 0$ د. هیچگاه مستقل نیستند

۲۰. فرض کنید $X \sim f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} I_{(\theta, \infty)}(x)$ باشد. تواناترین آزمون سطح $\alpha = 0.037$ کدام است؟

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1, & x > 10/71 \\ 0, & x \leq 10/71 \end{cases} \quad \text{ب.}$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1, & x < 6/29 \\ 0, & x > 6/29 \end{cases} \quad \text{الف.}$$

د. وجود ندارد.

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1, & x > 17 \\ 0.37, & 0 < x \leq 17 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad \text{ج.}$$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: آمار ریاضی (۲)
رشته تحصیلی و کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۳)

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

کد سری سؤال: یک (۱)

سؤالات تشریحی

هر سوال ۱/۴ نمره دارد

۱. لم نیمن - پیرسن را بیان و اثبات نمائید.

۲. فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع $f(x; \theta) = e^{-x+\theta}$; $x > \theta$ باشند. آزمون بطور یکنواخت تواناترین سطح α برای $H_0: \theta \geq \theta_0$ در مقابل $H_1: \theta < \theta_0$ را به دست آورید.

۳. فرض کنید دو نمونه مستقل از دو جامعه نرمال موجود است. همچنین فرض کنید میانگین دو جامعه به ترتیب μ_1, μ_2 و واریانس مشترک σ^2 نیز مجهول باشد. آزمون نسبت درستی برای فرض $H_0: \mu_1 = \mu_2$ در مقابل $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ را انجام دهید.

۴. در مدل خطی ساده برای حالت A، نشان دهید \bar{y} و $\hat{\beta}_1$ ناهمبسته‌اند. آیا آنها مستقل هم هستند؟ توضیح دهید.

۵. فرض کنید $X_i \sim N(i\theta, 1)$ و $i = 1, \dots, n$ یک نمونه تصادفی باشد. یک فاصله اطمینان $(1-\alpha)100\%$ درصدی برای θ به دست آورید.