

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر خطی عددی
رشته تحصیلی/گد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۰۵)

گد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است. منبع: آنالیز عددی جلد اول / توتونیان

پیامبر اعظم (ص): روزه سپر آتش جهنم است.

۱. اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \alpha & \beta & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \alpha & \beta \end{bmatrix}$ باشد، کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشد؟

- الف. ماتریس B یک معکوس چپ A و A یک معکوس راست B است.
ب. A دارای معکوس راست منحصر بفرد می‌باشد.
ج. مفهوم معکوس چپ و راست لزوماً برای ماتریسهای مربعی بکار گرفته می‌شود.
د. اگر یک ماتریس مربعی باشد آنگاه می‌تواند حداکثر یک معکوس راست داشته باشد.

۲. اگر $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ یک ماتریس پاد متقارن باشد آنگاه
الف. $\forall i = 1, 2, \dots, n \quad a_{ii} = 0$
ب. $\det A = 0$
ج. $\text{tr}(A) > 0$
د. $A^T = 0$

با توجه به روش تجزیه $L.U$ برای ماتریس زیر، به سؤالات (۳) و (۴) پاسخ دهید.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -6 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

۳. مقدار U_{11} و L_{11} در تجزیه کروت بترتیب از سمت راست به چپ عبارتند از:

- الف. ۱ و ۲
ب. ۱ و ۲
ج. $\sqrt{2}$ و $\sqrt{2}$
د. ۱ و ۱

۴. در تجزیه چولسکی مقادیر U_{13} و L_{13} بترتیب از راست به چپ کدامند؟

- الف. ۱ و ۳
ب. $3\sqrt{2}$ و ۰
ج. ۶ و $\frac{1}{2}$
د. ۶ و ۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر خطی عددی
رشته تحصیلی/ گد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۰۵)

گد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است. منبع: آنالیز عددی جلد اول / توتونیان

۵. در مورد ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- الف. A دارای یک تجزیه منحصراً بفر LL^T است که L یک ماتریس پائین مثلثی با عناصر قطری منفی است.
ب. A دارای تجزیه بصورت LL^T می‌باشد که لزوماً منحصراً بفر نیست.
ج. A دارای یک تجزیه منحصراً بفر LL^T است که عناصر L یک ماتریس پائین مثلثی با عناصر قطری مثبت است.
د. A دارای تجزیه LU می‌باشد ولی بفر لزوماً بصورت LL^T نیست.

۶. اگر $X = (4, 4, -4, 4)^T$ باشد، مقدار $\|X\|_1$ ، $\|X\|_2$ و $\|X\|_\infty$ بترتیب از راست به چپ کدامند؟
الف. ۱۶، ۴، ۸، ۸
ب. ۴، ۱۶، ۸، ۸
ج. ۸، ۴، ۱۶، ۸
د. ۴، ۸، ۱۶، ۸

۷. اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $\|A\|_\infty$ کدام گزینه است؟
الف. ۲
ب. ۴
ج. ۳
د. $\sqrt{2}$

۸. در صورتی ماتریس A همان ماتریس سؤال قبل باشد، مقدار $\|A\|_1$ کدام گزینه است؟
الف. ۴
ب. ۲
ج. ۳
د. ۱

۹. اگر K بیان کننده عدد حالت یک ماتریس باشد، کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟
الف. $k(\lambda A) = \lambda k(A)$ ، $\lambda \neq 0$
ب. $k(AB) \geq k(A)k(B)$
ج. $k(\lambda A) = k(A)$ ، $\lambda \neq 0$
د. $k(\lambda A) = \lambda^n k(A)$ ، $\lambda \neq 0$
(n مرتبه ماتریس A می‌باشد.)

۱۰. اگر ماتریس مقارن A دارای مقادیر ویژه ۲ و ۶- و ۵ و ۴ باشند، مقدار $\|A\|_2$ برابر است با:
الف. ۶
ب. ۱۲
ج. صفر
د. ۲

نام درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/ گد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۱۰۵)

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

گد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از: ماشین حساب

منبع: آنالیز عددی جلد اول / توتونیان

۱۱. اگر A و B ماتریسهای $n \times n$ باشند بطوریکه $\|I - AB\| < 1$ ، آنگاه:

الف. A معکوس پذیر است و $A^{-1} = A \sum_{k=0}^{\infty} (I - AB)^k$

ب. B معکوس پذیر است و $B^{-1} = B \sum_{k=0}^{\infty} (I - AB)^k$

ج. A و B معکوس پذیرند و $A^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} (I - AB)^k$ و $B^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} (I - AB)^k$

د. A و B معکوس پذیرند و $A^{-1} = B \sum_{k=0}^{\infty} (I - AB)^k$ و $B^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} (I - AB)^k A$

۱۲. برای کدام یک از ماتریسهای زیر تجزیه ای بصورت LU وجود ندارد و جهت یافتن این تجزیه نیاز به تعویض سطرهای A داریم.

ب. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$

الف. $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -6 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

د. $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ -1 & -6 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

ج. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر خطی عددی
رشته تحصیلی/گد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۰۵)

گد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است. منبع: آنالیز عددی جلد اول / توتونیان

۱۳. اگر $A = D - C_L - C_U$ باشد که در آن D ، C_L و C_U بترتیب ماتریس عناصر قطری، زیر قطری و بالای قطر

ماتریس A است، ماتریس تکرار در روش گوس - سیدل عبارت است از:

ب. $D(C_L + C_U)^{-1}$

الف. $D^{-1}(C_L + C_U)$

د. $C_U(D - C_L)^{-1}$

ج. $(D - C_L)^{-1}C_U$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

۱۴. کدامیک از گزینه های زیر مقدار ویژه ماتریس A می باشد.

د. $4 - i$

ج. $2 - \sqrt{5}i$

ب. $1 + \sqrt{2}$

الف. $2 + \sqrt{5}i$

۱۵. اگر λ یک مقدار ویژه A و ماتریس A نامنفرد باشد. آنگاه کدام گزینه درست است؟

ب. λ مقدار ویژه A^{-1} نیز خواهد بود.

الف. $\frac{1}{\lambda}$ ، $\lambda \neq 0$ مقدار ویژه A^{-1} خواهد بود.

د. بین مقادیر ویژه A و A^{-1} نمیتوان رابطه ای بیان نمود.

ج. $\frac{1}{\lambda}$ ، $\lambda \neq 0$ مقدار ویژه A خواهد بود.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

نام درس: جبر خطی عددی
رشته تحصیلی / گد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۱۰۵)

گد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب ممنوع: آنا لیز عددی جلد اول / توتونیان مجاز است.

ماتریس $A = \begin{bmatrix} -1+i & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & 1 & \frac{1}{4} \\ 1 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید، سپس به سؤالات ۱۶ و ۱۷ پاسخ دهید.

۱۶. اگر C_i دایره گرشگورین از سطح i ام به مرکزیت O_i و شعاع r_i باشد. $(i = 1, 2, 3)$ کدامیک از گزینه های زیر دوا یر گرشگورین ماتریس A را بیان خواهند کرد.

الف. $\left. \begin{array}{l} C_1 : O_1 \left| \begin{array}{l} 1 \\ 0 \end{array} \right. \quad r_1 = \frac{1}{4} \\ C_3 : O_3 \left| \begin{array}{l} 3 \\ 0 \end{array} \right. \quad r_3 = 2 \\ C_3 : O_3 \left| \begin{array}{l} 3 \\ 0 \end{array} \right. \quad r_3 = 2 \end{array} \right\}$

ب. $\left. \begin{array}{l} C_1 : O_1 \left| \begin{array}{l} -1 \\ 1 \end{array} \right. \quad r_1 = \frac{1}{4} \\ C_2 : O_2 \left| \begin{array}{l} 1 \\ 0 \end{array} \right. \quad r_2 = \frac{1}{2} \\ C_3 : O_3 \left| \begin{array}{l} 3 \\ 0 \end{array} \right. \quad r_3 = 2 \end{array} \right\}$

۱۷. تمام مقادیر ویژه A در کدامیک از نواحی زیر صدق می کنند؟

الف. $|\lambda| \leq \frac{1}{2}$ ب. $|\lambda| \geq 5$ ج. $\frac{1}{2} \leq \lambda \leq 5$ د. $|\lambda| \leq \frac{1}{2}, |\lambda| \geq 5$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ☐ ندارد ☒

نام درس: جبر خطی عددی
رشته تحصیلی / گد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۰۵)

گد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: ماشین حساب مجاز است. منبع: آنالیز عددی جلد اول / توتونیان

۱۸. شبه معکوس ماتریس زیر کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

الف. $A^+ = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ب.

الف. $A^+ = \begin{bmatrix} 3^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

ب. $A^+ = \begin{bmatrix} 7^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

ج. $A^+ = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 3^{-1} \\ 0 & 0 & 7^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

۱۹. ماتریس H بالا هسنبرگی است هرگاه $h_{ij} = 0$ به شرط اینکه:

الف. $j > i + 1$

ب. $i > j + 1$

ج. $j + 1 > i$

د. $i > j + 1$

۲۰. جواب مینیمال دستگاه زیر کدام است؟

$$\begin{cases} 7x + 0y + 0z + 0w = 1 \\ 0x + 3y + 0z + 0w = 2 \\ 0x + 0y + 0z + 0w = -1 \end{cases}$$

الف. $\begin{bmatrix} -7 \\ 0 \\ -6 \\ 0 \end{bmatrix}$

ب. $\begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ -6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

ج. $\begin{bmatrix} -7 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

د. $\begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ☐ ندارد ☒

نام درس: جبر خطی عددی
رشته تحصیلی/گد درس: علوم کامپیوتر (۱۱۱۱۱۰۵)

کد سری سوال: یک (۱) استفاده از ماشین حساب مجاز است. منبع: آنالیز عددی جلد اول / توتونیان

سوالات تشریحی

* بارم هر سؤال ۲ نمره است.

۱. مقادیری از a را بیابید که به ازاء آن ماتریس زیر معین مثبت است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & a & a \\ a & 1 & a \\ a & a & 1 \end{bmatrix}$$

۲. الف. فرض کنید در حل دستگاه $AX = b$ ، در بردار b اختلال ایجاد شود و یک بردار \tilde{b} بکار گرفته شود. اگر X و \tilde{X} در

روابط $AX = b$ و $A\tilde{X} = \tilde{b}$ صدق کنند، نشان دهید که $\text{Rel}(X) \leq k(A) \cdot \text{Rel}(\tilde{b})$

که در آن $k(A)$ عدد حالت ماتریس A و $\text{Rel}(X)$ خطای نسبی X و $\text{Rel}(\tilde{b})$ خطای نسبی \tilde{b} می باشد.

ب. عدد حالت ماتریس $\begin{bmatrix} a+1 & a \\ a & a-1 \end{bmatrix}$ را با استفاده از نرم $\|A\|_{\infty}$ بدست آورید.

۳. اگر A اکیداً غالب قطری باشد، آنگاه روش گاوس - سایدل جهت حل دستگاه $AX = b$ به ازای هر بردار اولیه ای همگرا خواهد بود.

۴. تجزیه مقدار تکین ماتریس زیر را پیدا کنید و سپس شبه معکوس آن را بیابید.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -8 & 3 \\ 0 & 6 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۵. ثابت کنید که متناظر با هر ماتریس A حداکثر یک ماتریس X با چهار خاصیت زیر وجود دارد.

الف. $AXA = A$

ب. $XAX = X$

ج. $(AX)^* = AX$

د. $(XA)^* = XA$