

کد کنترل

332

F

332F

## آزمون (نیمه‌تمبرگز) ورود به دوره‌های دکتری – سال ۱۴۰۱

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه ۱۴۰۰/۱۲/۶



جمهوری اسلامی ایران

وزارت علوم، جهادکار و تعاوی  
سازمان سنجش امروزی اکسپر

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود»  
امام خمینی (ره)

### رشته مهندسی کامپیوتر – هوش مصنوعی (کد ۲۳۵۶)

جدول مواد امتحانی، تعداد، شماره سوال‌ها و زمان پاسخ‌گویی

مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ‌گویی	تعداد
مجموعه دروس تخصصی: - ساختمندانهای طراحی الگوریتمها - شناسایی الگو - یادگیری ماشین	۴۵	۱	۴۵	۱۵+ دقیقه	۴۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق جانب تکریر و انتشار سوال‌های هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای نیای انتخاب خیفی و خلوی تها با مجوز این سازمان عجز می‌باشد و با انتقال این سوالات رفتار می‌نمود.

\*\*\* متقاضی گرامی، وارد نکردن مشخصات و امضا در کادر زیر، به منزله غایبت و حضور نداشتن در جلسه آزمون است.

اینچنان با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، بکسان یودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ نامه و دفترچه سوال ها، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سوال ها و یا مین پاسخ نامه ام را تأیید می نمایم.

امضا:

- ۱- اگر زمان اجرای مرتب سازی حبابی  $c_1 n^2$  و زمان اجرای مرتب سازی ادغامی  $c_2 n \log_2 n$  (با فرض  $c_2 \leq c_1 \leq 1$ ) باشد، در کدام یک از حالات، مرتب سازی ادغامی به ازای هر  $n$  سریع تر از مرتب سازی حبابی است؟

$$\begin{aligned} & (1) \quad c_2 > \frac{c_1}{n} \\ & (2) \quad c_2 < 16c_1 \\ & (3) \quad \frac{n}{2} > \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \end{aligned}$$

- ۲- مرتب سازی ادغامی همیشه سریع تر از مرتب سازی حبابی است. دو آرایه مرتب A و B از اعداد صحیح با طول های n و m (با فرض  $m \leq n$ ) و عدد صحیح  $k \geq \log_2 n$  داده شده است. با چه تعداد مقایسه می توان k امین کوچکترین عضو را در اجتماع این دو آرایه پیدا کرد؟ (بهترین گزینه را انتخاب کنید).

(۱)  $O(\log n \times \log m)$       (۲)  $O(n \log m)$       (۳)  $O(k \log(n+m))$       (۴)  $O(\log(nm))$

- ۳- اگر بخواهیم داده ساختار صفت را با استفاده از پشته پیاده سازی کنیم، مطوری که عملیات های پایه ای صفت در زمان سرشکنن (۱) قابل انجام باشد، کدام مورد درست است؟
- (۱) با سه پشته می توان این کار را انجام داد و سه پشته برای این کار لازم است.
  - (۲) با دو پشته می توان این کار را انجام داد و دو پشته برای این کار لازم است.
  - (۳) با یک پشته می توان این کار را انجام داد.
  - (۴) این کار امکان پذیر نیست.

- ۴- فرض کنید m آرایه مرتب داریم که در مجموع آرایه ها شامل n عدد هستند. می خواهیم از هر کدام از آرایه های یک عدد را انتخاب کنیم، به طوری که اختلاف بیشینه و کمینه اعداد انتخاب شده کمترین مقدار ممکن شود. این کار در چه زمانی ممکن است؟ (بهترین گزینه را انتخاب کنید).

(۱)  $O(nm)$       (۲)  $O(n+m)$       (۳)  $O(n \log m)$       (۴)  $O(m + \log n)$

- ۵- نمایش پیش ترتیب (Preorder) و میان ترتیب (Inorder) یک درخت دودویی مرتب با n رأس داده شده است. کدام مورد درست است؟

(۱) درخت متناظر با این لیست رئوس منحصر به فرد است.

(۲) دقیقاً دو درخت با این ترتیب ملاقات رئوس وجود دارد.

(۳) دقیقاً  $\frac{n}{2}$  درخت با این ترتیب ملاقات رئوس وجود دارد.

(۴) هیچ یک از موارد درست نیست.

- ۶ فرض کنید یک هرم بیشته شامل حداقل  $n$  عدد داده شده است. جستجوی یک مقدار در این هرم بیشته در کدام کلاس پیچیدگی آست؟ (بهترین گزینه را انتخاب کنید).

$O(\sqrt{n})$  (۱)

$O(n)$  (۲)

$O(\log(n))$  (۳)

$O\left(\frac{n}{\log(n)}\right)$  (۴)

کدام مورد در خصوص دو گزاره (الف) و (ب) به ترتیب درست است؟

الف - اگر  $f(n) \in O(2^n)$ , آنگاه  $f(n) \in \Omega(2^n)$

$T(n) = \Theta(n^2), T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n^2)$

(۱) درست - درست      (۲) درست - نادرست      (۳) نادرست - درست      (۴) نادرست - نادرست

- ۷ هرم دودوبی را ..... از روی یک درخت قرمز - سیاه در زمان  $O(n)$  ساخت و درخت قرمز - سیاه را ..... از روی هرم دودوبی در زمان  $O(n)$  ساخت.

(۱) نمی‌توان - نمی‌توان      (۲) نمی‌توان - نمی‌توان      (۳) نمی‌توان - نمی‌توان      (۴) نمی‌توان - نمی‌توان

- ۸ رشته‌ای به طول اولیه  $m \geq 1$  در یک صفحه از نرم‌افزار حروف‌چین داریم. دو عمل زیر را می‌توانیم به ترتیب دلخواه روی این رشته انجام دهیم:

\* کپی: کل رشته موجود در صفحه را در حافظه ذخیره کن.

\* پیست: رشته ذخیره شده در حافظه را به انتهای رشته موجود در صفحه اضافه کن.

- به طور مثال، اگر رشته اولیه  $ab$  باشد، پس از انجام یک عمل کپی و یک عمل پیست، رشته موجود در صفحه به صورت  $abab$  درخواهد آمد. اگر  $dp[n]$  نشان‌دهنده طول بزرگ‌ترین رشته قابل ایجاد با  $n$  بار استفاده از عمل کپی یا پیست (به ترتیب دلخواه) باشد، کدام رابطه بازگشتی زیر برای محاسبه  $dp[n]$  به ازای  $n \geq 5$  درست است؟

(فرض کنید در ابتدا حافظه خالی است.)

$dp[n] = 2dp[n-2]$  (۱)

$dp[n] = 2dp[n-1]$  (۲)

$dp[n] = \max(2dp[n-2], 2dp[n-3])$  (۳)

$dp[n] = \max(dp[n-1], 2dp[n-2])$  (۴)

- ۹ محاسبه عنصر با بیشترین تکرار در یک آرایه  $n$  عضوی دلخواه در چه زمانی ممکن است؟ (بهترین گزینه را انتخاب کنید)

$O(n)$  (۱)

$O(n^2)$  (۲)

$O(n\sqrt{n})$  (۳)

$O(n \log(n))$  (۴)

- ۱۰ در مسئله «پوشش رأسی» گراف ساده  $G = (V, E)$  و عدد صحیح  $k$  داده شده است و می‌خواهیم بیسم «آیا زیرمجموعه  $V \subseteq C$  با اندازه حداقل  $k$  وجود دارد طوری که حداقل یک سر هر یال گراف  $G$  در  $C$  باشد؟» چند مورد از گزاره‌های زیر در خصوص این مسئله درست هستند؟

\* مسئله پوشش رأسی ان بی - کامل است.

\* مسئله پوشش رأسی ان بی - سخت است.

\* مسئله پوشش رأسی قابل کاهش به مسئله ۳SAT است.

\* مسئله ۳SAT قابل کاهش به مسئله پوشش رأسی است.

۲ (۱)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

- ۱۲- کدامیک از دو گزاره (الف) و (ب) در خصوص الگوریتم هافمن به ترتیب درست است؟  
 الف - اگر فراوانی یک حرف در یک متن بیشتر از  $\frac{1}{3}$  باشد، آنگاه درخت هافمن متن لزوماً شامل کد یک بیتی است.  
 ب - اگر فراوانی هر حرف در یک متن کمتر از  $\frac{1}{3}$  باشد، آنگاه درخت هافمن متن لزوماً شامل کد یک بیتی نیست.

(۱) نادرست - درست      (۲) درست - درست      (۳) درست - نادرست      (۴) نادرست - نادرست

- ۱۳- ماتریس  $A$  به اندازه  $n \times m$  داده شده است. سطرهای آن از چپ به راست و ستون‌های آن از بالا به پایین مرتب هستند. هزینه یافتن عدد داده شده  $x$  در این ماتریس چقدر است؟ (بهترین گزینه را انتخاب کنید).

$$O(m \log n + n \log m) \quad (۱) \quad O((n+m)(\log n + \log m)) \quad (۲)$$

$$O(nm) \quad (۳) \quad O(n+m) \quad (۴)$$

- ۱۴- فرض کنید  $G$  یک گراف کامل وزن دار با  $n$  رأس است. درخت پوشای کمینه  $G$  در چه زمانی قابل محاسبه است؟ (بهترین گزینه‌ها را انتخاب کنید).

$$\Theta(n \log n) \quad (۱) \quad \Theta(n) \quad (۲)$$

$$\Theta(n^2) \quad (۳) \quad \Theta(n^2 \log n) \quad (۴)$$

- ۱۵- مسئله برنامه‌ریزی خطی با محدودیت‌های زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} x_1 - x_4 &\leq -1 \\ x_2 - x_1 &\leq -4 \\ x_2 - x_3 &= -9 \\ x_4 - x_1 &\leq 5 \\ x_4 - x_3 &\leq -3 \end{aligned}$$

- کدام مورد یک جواب برای مسئله برنامه‌ریزی فوق است؟

(۱) مسئله جواب ندارد.      (۲) مسئله بی‌نهایت جواب دارد.

$$(۳) حتماً x_1 = -9 \quad (۴) حتماً x_3 = 4$$

- ۱۶- آرایه مرتب  $A$  شامل  $n$  عدد به صورت اکیداً صعودی داده شده است. یک نظریه آرایه را به اندازه  $k$  واحد شیفت دوری داده و نتیجه را به صورت یک آرایه  $B$  به ما داده است. هدف پیدا کردن مقدار  $k$  است در چه زمانی می‌توان مقدار  $k$  را با داشتن آرایه  $B$  محاسبه کرد؟ (بهترین گزینه را انتخاب کنید).

$$O(\sqrt{n}) \quad (۱) \quad O(n) \quad (۲)$$

$$O(\log^2 n) \quad (۳) \quad O(\log n) \quad (۴)$$

- ۱۷- به ازای اعداد صحیح مثبت  $n$  و  $m$  و  $a$  در چه مرتبه زمانی می‌توان  $a^n \bmod m$  را محاسبه کرد؟ فرض کنید عملیات‌های ضرب و جمع به پیمانه  $m$  در زمان  $O(1)$  قابل انجام هستند. (بهترین گزینه را انتخاب کنید).

$$O(\sqrt{n}) \quad (۱) \quad O(\log n) \quad (۲)$$

$$O(m) \quad (۳) \quad O(n) \quad (۴)$$

- ۱۸- می‌خواهیم در آرایه‌ای به طول  $\lfloor n \rfloor$  از اعداد صحیح، بیشترین تعداد درایه‌های صفر پشت سر هم را پیدا کنیم. این کار در چه مرتبه زمانی قابل انجام است؟ (بهترین گزینه را انتخاب کنید).

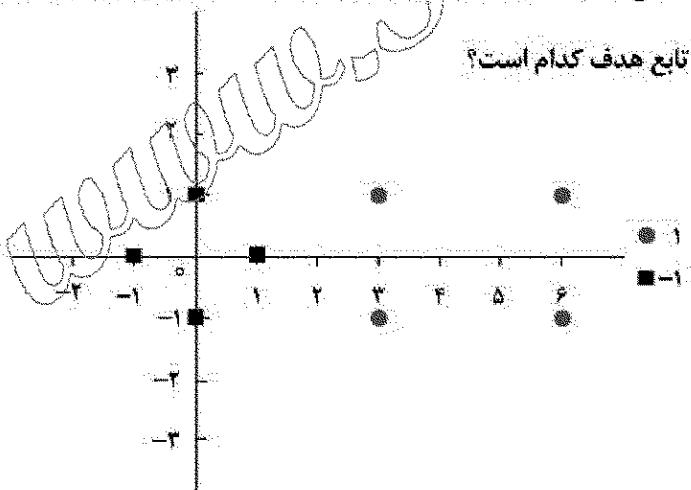
$$O(n^2) \quad (۱) \quad O(n \log(n)) \quad (۲)$$

$$O(n) \quad (۳) \quad O(\log n) \quad (۴)$$

- ۱۹- گدام گزینه درخصوص دو گزاره (الف) و (ب) به ترتیب درست است؟
- الف - بهارای هر گراف  $G$ , ترتیبی از یال‌های گراف وجود دارد که با تنها یک دور ریلکس گردن یال‌ها به آن ترتیب در اجرای الگوریتم بلمن - فورم، کوتاه‌ترین مسیر از رأس  $s$  به تمام رأس‌های دیگر محاسبه می‌شوند.
- ب - در مرتب‌سازی ادغامی هر عنصر با  $O(\log n)$  عنصر دیگر مقایسه می‌شود.
- (۱) درست - درست  
 (۲) درست - نادرست  
 (۳) نادرست - درست  
 (۴) نادرست - نادرست
- ۲۰- شبکه شار  $G$  را در نظر بگیرید. درخصوص دو گزاره (الف) و (ب) به ترتیب گدام گزینه درست است؟
- الف - اگر ظرفیت تمام یال‌های شبکه عددی صحیح باشد، آنگاه شار عبوری از هر یال شبکه در شار بیشینه حتماً عددی صحیح است.
- ب - اگر ظرفیت تمام یال‌های شبکه عددی گنج باشد، آنگاه مقدار شار بیشینه شبکه حتماً عددی گنج است.
- (۱) درست - درست  
 (۲) درست - نادرست  
 (۳) نادرست - درست  
 (۴) نادرست - نادرست
- ۲۱- از یک جمعیت گذنای تابع توزیع تجمعی احتمال (CDF) آن به صورت  $F(x)$  است، به تعداد ۲۵ نمونه به صورت i.i.d. انتخاب شده است که تعداد و بازه نمونه‌های به دست آمده به صورت جدول زیر است. تخمین MLE برای پارامتر  $\theta$  گدام است؟
- | بازه          | تعداد نمونه |
|---------------|-------------|
| $(0,10]$      | ۹           |
| $(10,25]$     | ۶           |
| $(25,\infty)$ | ۵           |
- $$F(x) = 1 - \frac{\theta}{x} \quad \text{for } \theta < x < \infty$$
- (۱) ۵  
 (۲) ۵,۵  
 (۳) ۵,۷۵  
 (۴) ۶

- ۲۲- در صورتی که داده‌های شکل زیر را به کمک SVM خطی (Hard Margin Linear SVM) (دسته‌بندی نماییم، ضریب

لائقانز  $\alpha$  متناظر با داده  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  پس از حل Dual تابع هدف گدام است؟



- (۱) ۰/۳۲  
 (۲) ۱/۵  
 (۳) ۲/۵  
 (۴) ۳/۵

- ۲۳- اگر بخواهیم از آزمون فرض‌ها برای انتخاب یا عدم انتخاب ویژگی در یک مسئله از دسته‌بندی دو دسته‌ای استفاده کنیم و بخواهیم پذیرش با رد فرض صفر  $H_0: \Delta\mu = \mu_1 - \mu_2 = 0$  را به کمک  $N$  نمونه  $x_1, x_2, \dots, x_N$  از دسته ۱ و  $y_1, y_2, \dots, y_N$  از دسته ۲ را بررسی کنیم، در صورتی که واریانس ویژگی‌های دو دسته برابر باشند،  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$  و مقدار واریانس دسته‌ها را ندانیم، مقدار Test Statistic مورد نظر کدام است؟

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N y_i$$

$$q = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2)}{\sqrt{\left(\frac{1}{N}\right)\left(\frac{1}{N-1}\right)(\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2)}} \quad (1)$$

$$q = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2)}{\frac{1}{\sqrt{N}} \left( \sqrt{\frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \right)} + \sqrt{\frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \right)} \right)} \quad (2)$$

$$q = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2)}{\frac{1}{\sqrt{N-1}} \sqrt{\frac{2}{N} \left( \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \right)}} \quad (3)$$

$$q = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2)}{\frac{1}{\sqrt{N-1}} \sqrt{\frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \right)}} \quad (4)$$

$$q = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2)}{\sqrt{\frac{2}{N-1} \left( \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \right)}} \quad (5)$$

$$q = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2)}{\sqrt{\frac{2}{N-1} \left( \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \right)}} \quad (5)$$

$$q = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2)}{\sqrt{\frac{2}{N-1} \left( \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \right)}} \quad (5)$$

$$q = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2)}{\sqrt{\frac{2}{N-1} \left( \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \right)}} \quad (5)$$

$$q = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2)}{\sqrt{\frac{2}{N-1} \left( \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \right)}} \quad (5)$$

$$q = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2)}{\sqrt{\frac{2}{N-1} \left( \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \right)}} \quad (5)$$

$$q = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2)}{\sqrt{\frac{2}{N-1} \left( \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \right)}} \quad (5)$$

$$q = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2)}{\sqrt{\frac{2}{N-1} \left( \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \right)}} \quad (5)$$

$$q = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2)}{\sqrt{\frac{2}{N-1} \left( \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \right)}} \quad (5)$$

- ۲۴- کدامیک از دو ماتریس داده شده زیر، ماتریس کوواریانس معین است؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 \\ -1 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

A) فقط

B) فقط

C) هیچ کدام

- ۲۵- کدامیک از دسته‌بندی‌های زیر قادر به جداسازی صحیح داده‌های آموزشی شکل (زیر (دسته‌های دایره و مثلث) است؟

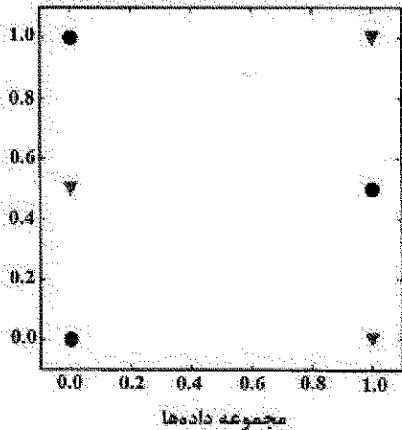
1 Logistic regression

2 SVM with linear kernel

3 SVM with RBF kernel

4 Decision tree

5 3-nearest-neighbor classifier (with Euclidean distance)

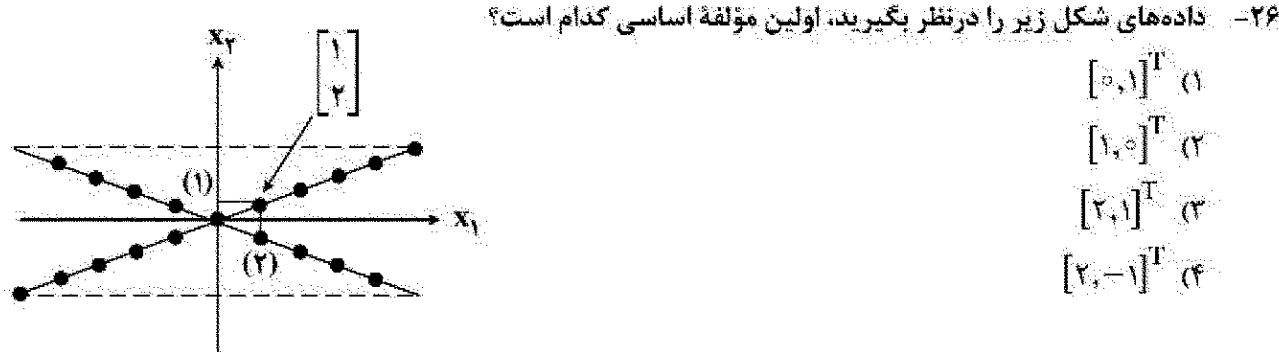


Y: no, Z: no, T: yes, F: no, S: no (۱)

Y: no, Z: no, T: no, F: yes, S: no (۲)

Y: no, Z: no, T: yes, F: yes, S: no (۳)

Y: yes, Z: no, T: no, F: yes, S: no (۴)



- ۲۷- مجموعه نقاط دو بعدی در دو کلاس مفروض به شرح زیر می باشند:
- $C_1 = \{(0, -1)^T, (1, 0)^T, (2, 1)^T\}$   
 $C_2 = \{(0, 1)^T, (-1, 1)^T, (-1, -1)^T, (-2, -1)^T\}$

T به معنای هرانهایه بردار است. مؤلفه اصلی این نقاط کدام است؟

$\frac{1}{\sqrt{34}} \begin{bmatrix} 15 \\ 3 \end{bmatrix}$  (۱)  
 $\frac{1}{\sqrt{34}} \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$  (۲)  
 $\frac{1}{34} \begin{bmatrix} 15 \\ 3 \end{bmatrix}$  (۳)  
 $\frac{1}{34} \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$  (۴)

- ۲۸- یک دسته بند از نوع بیز سالو (Naive Bayes) با سه متغیر ورودی دودویی (Boolean)  $x_1$ ,  $x_2$  و  $x_3$  برچسب دودویی  $y$  را در نظر بگیرید. برای آموزش این شبکه جهت تعداد بار امتر باید تخمین زده شود؟

- ۱) ۵  
 ۲) ۶  
 ۳) ۷  
 ۴) ۸

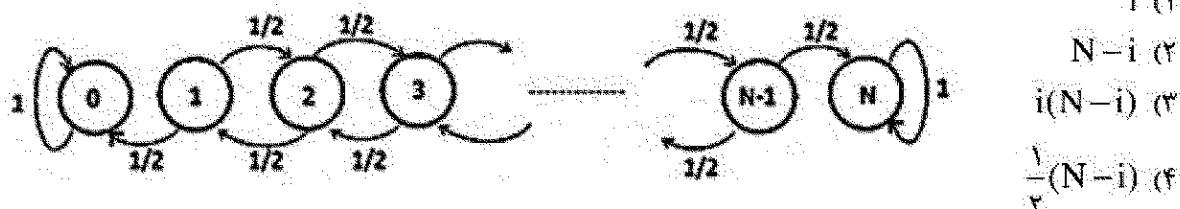
- ۲۹- در صورتی می گوییم فرضیه (یا مدل)  $h$  بر روی داده های آموزشی overfit شده است که، فرضیه دیگری مانند  $h'$  وجود داشته باشد و .....

- (۱) خطای  $h'$  بر روی داده های آموزشی کمتر از  $h$  و خطای  $h$  بر روی کل توزیع داده ها کمتر از  $h'$  نباشد.  
 (۲) خطای  $h$  بر روی داده های آموزشی کمتر از  $h'$  و خطای  $h'$  بر روی کل توزیع داده ها کمتر از  $h$  باشد.  
 (۳) خطای  $h$  بر روی داده های آموزشی بیشتر از خطای  $h'$  بر روی داده های تست باشد.  
 (۴) خطای  $h'$  بر روی داده های آموزشی بیشتر از خطای  $h$  روی داده های تست باشد.

- ۳۰- کدام یک از موارد زیر می تواند موجب کاهش بیش برازش در SVM شود؟

- ۱) کاهش واریانس کرنل RBF  
 ۲) درنظر گرفتن Soft margin  
 ۳) افزایش درجه کرنل چند چمله ای  
 ۴) افزایش ضریب بعش مربوط به جریمه دسته بندی نادرست (C)

- ۳۱- زنجیره مارکوف مربوط به یک بازی با دیاگرام گذر زیر را در نظر بگیرید.  
 فرض کنید با شروع از حالت ۰، آنقدر بازی را ادامه می دهید تا زمانی که به یکی از حالت های ۰ یا  $N$  برسید که در این صورت بازی تمام است. با شروع از حالت ۰، به طور متوسط چقدر طول می کشد تا بازی تمام شود؟



- ۳۲- یک مجموعه داده در فضای دو بعدی به صورت  $(X_1, X_2, Y)$  را در نظر بگیرید که در آن  $X_1$  و  $X_2$  ویژگی های داده و  $Y$  حسب داده است. پس از یادگیری پارامترهای دسته بندی بیز ساده (Naive Bayes)، جدول زیر به دست آمده است. اگر بدانیم درست نمایی (likelihood) دو نمونه  $(1, 0, 1)$  و  $(0, 1, 0)$  در مدل داده شده برابر با  $\frac{1}{180}$  است، آنگاه  $P(Y=1)$  کدام است؟

	$Y = 0$	$Y = 1$
$X_1$	$P(X_1 = 1   Y = 0) = \frac{1}{5}$	$P(X_1 = 1   Y = 1) = \frac{3}{8}$
$X_2$	$P(X_2 = 1   Y = 0) = \frac{1}{3}$	$P(X_2 = 1   Y = 1) = \frac{3}{5}$

- ۳۳- گدام یک از روابط زیر، رابطه حد بالای Sample complexity با بدنه VC را در چارچوب یادگیری PAC بدروستی نشان می دهد؟

$$m \geq \max\left(\frac{1}{\epsilon} \log_r\left(\frac{1}{\delta}\right), \frac{VC(H)-1}{22\epsilon}\right) \quad (1)$$

$$m \geq \frac{1}{r\epsilon^r} \left( r \ln\left(\frac{1}{\epsilon}\right) + VC(H) \ln\left(\frac{1}{\delta}\right) \right) \quad (2)$$

$$m \geq \frac{1}{r\epsilon^r} \left( r \log_r\left(\frac{r}{\delta}\right) + VC(H) \log_r\left(\frac{1}{\epsilon}\right) \right) \quad (3)$$

$$m \geq \frac{1}{\epsilon} \left( r \log_r\left(\frac{r}{\delta}\right) + VC(H) \log_r\left(\frac{1}{\epsilon}\right) \right) \quad (4)$$

- ۳۴- فرض کنید یک مجموعه داده برای رگرسیون در اختیار دارید که توسط یک چند جمله‌ای درجه ۳ تولید شده است. در مورد بایاس و واریانس مدل‌های تخمین‌گر زیر بر روی مجموعه داده ذکر شده نسبت به مدل واقعی تولید گشته داده، کدام نتیجه‌گیری درست است؟

مدلهای تخمین‌گر	نتیجه‌گیری ۱		نتیجه‌گیری ۲		نتیجه‌گیری ۳	
	Bias	Variance	Bias	Variance	Bias	Variance
Linear regression	low/high	low/high	low/high	low/high	low/high	low/high
Polynomial regression with degree ۷	low/high	low/high	low/high	low/high	low/high	low/high
Polynomial regression with degree ۱۰	low/high	low/high	low/high	low/high	low/high	low/high

۳) هیچ‌کدام

۲) ۳

۲) ۲

- ۳۵- اگر ماتریس کوواریانس یک مجموعه داده به صورت ماتریس  $C$  باشد، نسبت پراکندگی داده در جهت مؤلفه اول به جهت مؤلفه دوم (Second component) (یا همان  $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ ) در روش کاهش ابعاد PCA به کدام عدد نزدیک‌تر است؟

$$C = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 18 & 5 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

۳) ۱

۹) ۲

۲۰) ۳

۲۴) ۴

- ۳۶- به عنوان یک ایده، اگر بخواهیم از بسط تیلور برای تخمین بهترین‌دار تابع هزینه  $J$  حول نقطه  $w$  در شبکه‌های عصبی استفاده کنیم و فرایند نزول در امتداد گرادیان (Gradient descent) را برای یافتن وزن‌های بهینه به صورت موتوری انجام دهیم، در صورتی که فقط از سه جمله اول بسط استفاده کنیم، رابطه  $\Delta w$  به چه صورت خواهد بود؟ (۱) ترجیح دهیم،  $\nabla C$  بودار گرادیان تابع هزینه و  $H$  ماتریس هسیان (Hessian matrix) تابع هزینه است که در آن

$$H[i,j] = \partial^2 C / \partial w_i \partial w_j$$

$$\Delta w = -\eta H \nabla C \quad (۱)$$

$$\Delta w = -\eta H^{-1} \nabla C \quad (۲)$$

$$\Delta w = -\eta H H^{-1} \nabla C \quad (۳)$$

- ۳) استفاده از ایده بسط تیلور بدین منظور مفید نیست.  
۴) کدام مورد در خصوص الگوریتم حوش‌بندی k-means نادرست است؟

۱) نسبت به داده‌های توزیعی حساسیت بالایی دارد.

۲) با رسیدن به بهینه سراسری خاتمه پیدا می‌کند.

۳) از نظر زمان کارا است و مرتبه زمانی مطلوبی دارد.

۴) نسبت به داده‌های پرت (outlier) حساسیت بالایی دارد.

- ۳۸- گدام روش برای مواجهه با بیش برآشش شدن (overfitting) درخت تصمیم مناسب نیست؟

- (۱) اجازه دهیم که درخت به داده‌های آموزشی overfit شود و سپس، با استفاده از داده‌های اعتبارسنجی، برخی انشعاب‌های درخت را هرس کنیم.

- (۲) در حین آموزش درخت تصمیم، پیش از اینکه درخت، همه داده‌های آموزشی را به درستی دسته‌بندی کند، به صورت زودهنگام به ساخت درخت خانمه دهیم.

- (۳) اجازه دهیم که درخت به داده‌های آموزشی overfit شود، و سپس درخت را به مجموعه قوانین تبدیل می‌کنیم و با استفاده از داده‌های اعتبارسنجی، برخی از قوانین را حذف کنیم.

- (۴) داده‌های آموزشی را با استفاده از نمونه‌برداری، نامتوازن (imbalance) کنیم و سپس با استفاده از داده‌های نامتوازن شده، آموزش درخت را انجام دهیم.

- ۳۹- گدام یک از روش‌های زیر از روش‌های یادگیری تبل (lazy) محسوب نمی‌شود؟

- (۱) رگرسیون سطحی وزن دار (Locally weighted regression)

- (۲) استدلال مبتنی بر مورد (Case based reasoning)

- (۳) بردار ماشین پشتیبان (SVM)

- (۴) نزدیک‌ترین همسایه (KNN)

- ۴۰- داده‌های زیر را در نظر بگیرید. که مؤلفه دوم بر جسب داده و مؤلفه اول بردار ویژگی داده است.

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, 1, \quad \mathbf{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, 1, \quad \mathbf{x}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, -1, \quad \mathbf{x}_4 = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}, -1$$

در صورتی که برای جداسازی دو دسته از ماشین بردار پشتیبان (SVM) استفاده شود، در تابع هزینه

$$\text{Cost} = \frac{1}{2} \mathbf{\omega}^T \mathbf{\omega} - \sum_{i=1}^4 \alpha_i [y_i (\mathbf{\omega}^T \mathbf{x}_i + b) - 1]$$

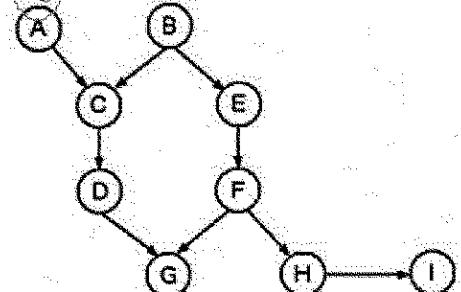
۰,۵ (۱)

۰,۲۵ (۲)

صفر (۳)

-۰,۵ (۴)

- ۴۱- شبکه بیزین با ۹ متغیر دودویی به شکل زیر را در نظر بگیرید. گدام یک از روابط زیر همیشه در مورد این شبکه درست است؟



$$P(A, I) = P(A)P(I) \quad (1)$$

$$P(C|B, F) = P(C|F) \quad (2)$$

$$P(A, B|G) = P(A|G)P(B|G) \quad (3)$$

$$P(B, H|E, G) = P(B|E, G)P(H|E, G) \quad (4)$$

۴۲- یک کرنل گاوسی با رابطه  $\|X_1 - X_2\|^2$  را در نظر بگیرید. فاصله بین دو بردار ویژگی  $X_1 = [1, 1]^T$  و  $X_2 = [2, 2]^T$  در فضای جدید برابر با کدام مورد است؟

(۱)  $\sqrt{2}$

(۲)  $e^{-1}$

(۳)  $e^{-\frac{1}{2}}$

(۴)  $\sqrt{2 - \frac{2}{e^2}}$

۴۳- فرض کنید در حال انجام یک بازی با دو سکه هستید. سکه اول با احتمال  $\theta$  و سکه دوم با احتمال  $2\theta$  شیر می‌آید. پس از چندین برتاب این سکه‌ها نتایج به شکل جدول زیر به دست آمده است:

سکه	بیشامد
۱	شیر
۲	خط
۲	خط
۲	خط
۲	شیر

مقدار Log-Likelihood این داده‌ها براساس  $\theta$  چقدر است؟

(۱)  $\text{Log } 2 + 3\text{Log}(1-2\theta)$

(۲)  $\text{Log } 2 + 2\text{Log } \theta + 2\text{Log}(1-2\theta)$

(۳)  $2\text{Log } \theta + 2\text{Log}(1-2\theta)$

(۴)  $\text{Log } 2 + 2\text{Log } \theta$

۴۴- کدام گزینه بعد VC یک دسته‌بند NN-1 (نودیکترین همسایه) دانشان می‌دهد که  $N$  تعداد نمونه‌های آموزشی است؟

(۱) ۱

(۲)  $\infty$

(۳) ۰

۴۵- در رابطه با روش خوشبندی مقید (constraint clustering) کدام گزینه تادرست است؟

(۱) روش خوشبندی مقید، یک روش بدون نظارت (unsupervised) است.

(۲) برخی الگوریتم‌های خوشبندی مقید، قیدها را به صورت قید سخت و برخی دیگر به صورت قید شرم در نظر می‌گیرند.

(۳) در روش خوشبندی مقید، در مورد نمونه‌های داده که باید در یک خوش قرار بگیرند، قیدها با راهنمایی ارائه می‌شود.

(۴) در روش خوشبندی مقید، در مورد نمونه‌های داده که باید در خوش‌های متمایز قرار بگیرند، قیدها با راهنمایی ارائه می‌شود.