

525F

کد کنترل

525

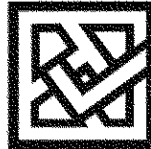
F

آزمون (نیمه متمرکز) ورود به دوره های دکتری - سال ۱۴۰۲

دفترچه شماره (۱)

صبح پنجشنبه

۱۴۰۱/۱۲/۱۱



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»

امام خمینی (ره)

مهندسی پزشکی - بیومکانیک (کد ۲۳۴۸)

زمان پاسخ گویی: ۱۳۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: - ریاضیات عمومی ۱ و ۲ - معادلات دیفرانسیل - مبانی بیومکانیک - مکانیک محیط پیوسته	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی جلد دفترچه سؤالات و پایین پاسخنامه ام را تأیید می نمایم.

امضا:

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات عمومی ۱ و ۲ - معادلات دیفرانسیل - مبانی بیومکانیک - مکانیک محیط پیوسته):

۱- مکان هندسی z در رابطه $z\bar{z} - \bar{a}z - a\bar{z} + a\bar{a} = b\bar{b}$ (a و b دو عدد مختلط ثابت و $b \neq 0$ است)، کدام مورد است؟

(۱) خط (۲) تپی (۳) نیم دایره (۴) دایره

۲- اگر مساحت ناحیه محدود به محور x ها و منحنی $y = f(x)$ ، $f(x) \geq 0$ و خطوط $x = 1$ و $x = b$ برابر با

$\sqrt{b^2 + 1} - \sqrt{2}$ برای $b > 1$ باشد، آنگاه ضابطه $f(x)$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{x^2 + 1}$

(۲) $\frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2}$

(۳) $\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

(۴) $\frac{x}{2} \sqrt{x^2 + 1}$

۳- فرض کنید f تابعی مخالف صفر باشد و به ازای $x \neq 0$ ، $f^2(x+1) = \int_0^x \frac{f(t)}{(t+1)^2} dt$ در این صورت ضابطه

$f(x)$ برابر با کدام است؟

(۱) $\frac{-1}{2(x+1)^2} + C$

(۲) $\frac{-1}{2(x+1)} + C$

(۳) $\frac{1}{2(x+1)^2} + C$

(۴) $\frac{1}{2(x+1)} + C$

۴- مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \int_0^{x^2} \sin \sqrt{t} dt$ کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$

(۲) صفر

(۳) $-\frac{2}{3}$

(۴) وجود ندارد.

۵- حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} n \sum_{k=1}^n \frac{1}{(2n+3k)^2 - k^2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4} \ln \frac{1}{2}$

(۲) $\ln \frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{4} \ln \frac{3}{2}$

(۴) $\ln \frac{3}{2}$

۶- معادله صفحه مار بر نقاط $(1, -1, -2)$ و $(3, 1, 1)$ عمود بر صفحه $x - 2y - 3z - 5 = 0$ برابر با کدام است؟

(۱) $3y + 2z + 7 = 0$

(۲) $3y - 2z - 1 = 0$

(۳) $3x - 2z - 7 = 0$

(۴) $x - y - 2 = 0$

۷- مقدار مشتق جهتی تابع $f(x, y) = e^{-xy}$ در نقطه $(1, -1)$ و در امتداد $\theta = \frac{2\pi}{3}$ کدام است؟

(۱) $-e(1 + \sqrt{3})$

(۲) $-e(1 - \sqrt{3})$

(۳) $-\frac{e}{2}(1 + \sqrt{3})$

(۴) $-\frac{e}{2}(1 - \sqrt{3})$

۸- کمترین فاصله مبدأ مختصات از سطح به معادله $x^2 - z^2 = 2$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) $\sqrt{3}$

(۳) ۱

(۴) $\sqrt{2}$

۹- اگر S پوسته جسم توپر W در فضای سه بعدی، n بردار نرمال یکه خارجی بر S و V و W حجم باشد، کدام مورد درست است؟

(۱) $V = \frac{2}{3} \iint_S (x, y, z).n dS$

(۲) $V = \frac{2}{3} \iint_S (x, y, z) dS$

(۳) $V = \frac{1}{3} \iint_S (x, y, z) dS$

(۴) $V = \frac{1}{3} \iint_S (x, y, z).n dS$

۱۰- مقدار کار انجام شده تحت تأثیر نیروی $\vec{F} = (y - 2xy)\vec{i} + (3x - x^2 + y)\vec{j}$ بر روی محیط مثلثی با رأس‌های $(0, 0)$, $(3, 0)$, $(1, 2)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۱- مسیرهای قائم دسته منحنی‌های $\sinh y = c_1 x$ (پارامتر)، کدام است؟

(۱) $2 \ln(\cosh y) + x^2 = c$

(۲) $2 \ln(\sinh y) + x^2 = c$

(۳) $\ln(\sinh y) - x^2 = c$

(۴) $\ln(\cosh y) - x^2 = c$

۱۲- اگر رونسکین x و $y(x)$ برابر $W(x, y(x)) = x$ باشد، y کدام است؟

(۱) $\frac{c \ln x}{x}$

(۲) $\frac{ce^x}{x}$

(۳) $e^x \ln cx$

(۴) $x \ln cx$

۱۳- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $y' + xy \ln y = xye^{-x^2}$ کدام است؟

(۱) $y = c \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) - \exp(-x^2)$

(۲) $y = \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) - c \exp(-x^2)$

(۳) $y = \exp\left[\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) - c \exp(-x^2)\right]$

(۴) $y = \exp\left[c \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) - \exp(-x^2)\right]$

۱۴- تبدیل معکوس لاپلاس $\ln\left(1 + \frac{1}{s}\right)$ کدام است؟

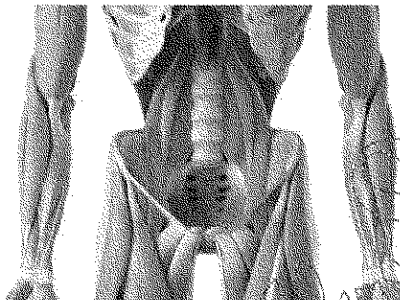
(۱) $\frac{2}{t}(\cos t - 1)$

(۲) $\frac{2}{t}(1 - \cos t)$

(۳) $\frac{1}{t}(1 - \cos t)$

(۴) $\frac{1}{t}(\cos t - 1)$

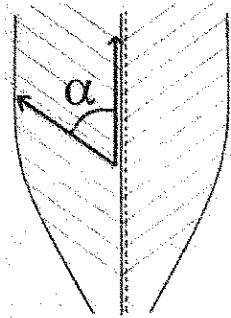
- ۱۵- در خصوص معادله دیفرانسیل $x^2(x+3)y'' - 4(x+3)y' - 9xy = 0$ کدام مورد، درست است؟
 (۱) $X = -3$ یک نقطه معمولی است.
 (۲) $X = 0$ و $X = -3$ منفرد نامنظم هستند.
 (۳) $X = 0$ منفرد منظم و $X = -3$ منفرد نامنظم است.
 (۴) نقطه $X = 0$ منفرد نامنظم و $X = -3$ منفرد منظم است.
- ۱۶- در حالت ایستاده در اثر وزن بدن نیرویی که در سمت فوقانی و تحتانی گردن استخوان ران وارد می شود، به ترتیب چگونه است؟
 (۱) کششی - فشاری
 (۲) کششی - پیچشی
 (۳) فشاری - کششی
 (۴) پیچشی - کششی
- ۱۷- نیروهای انقباضی بر روی مفصل پتلا فمورال برابر با جمع برداری کشش در کدام موارد زیر است؟
 (۱) تیبالیس قدامی - تاندون پتلا
 (۲) همسترینگ - چهار سر ران
 (۳) چهار سر ران - تاندون پتلا
 (۴) تیبالیس قدامی - چهار سر ران
- ۱۸- در فعالیت های روزمره کدام عضله، کمتر دچار کشیدگی بیش از حد و در زمان انجام ورزش های خاص بیشتر دچار آسیب ناشی از کشیدگی بیش از حد می شود؟
 (۱) چهار سر ران
 (۲) همسترینگ
 (۳) عضلات گلوئتال
 (۴) گاستروکنمیوس
- ۱۹- شکل زیر کدام عضله را نشان می دهد و وظیفه آن کدام است؟
 (۱) ایلیاکوس - خم شدن
 (۲) سارتریوس - دور شدن
 (۳) گراسیلیس - دور شدن
 (۴) پسواس بزرگ - خم شدن
- ۲۰- کدام یک از مدل های ویسکوالاستیک، در اثر اعمال نیرو به سلول، رابطه ای خطی برای جابه جایی بر حسب زمان پیش بینی می کند؟
 (۱) ماکسول (Maxwell)
 (۲) باچ (Bausch)
 (۳) برگر (Burgers)
 (۴) کلونین (Kelvin)
- ۲۱- فشار لنفاوی در هنگام انقباض عروق لنفاوی بزرگ چند میلی متر جیوه است؟
 (۱) ۵-۱۰
 (۲) ۲۰-۱۰
 (۳) ۴۰-۲۰
 (۴) ۶۰-۴۰
- ۲۲- قسمت عمده نیروهای وارد بر مفصل ران در حالت استاتیک روی دو پا ناشی از کدام است؟
 (۱) کشش عضلات خم کننده
 (۲) کشش عضلات راست کننده
 (۳) کشش عضلات دور کننده
 (۴) کشش عضلات نزدیک کننده
- ۲۳- کدام گزینه در مورد عضلات متصل در سمت قدامی ستون فقرات، نادرست است؟
 (۱) نیروی ایجاد شده در عضله مایل داخلی راست، موجب چرخش ستون فقرات به سمت راست می شود.
 (۲) هنگامی که تمام عضلات ناحیه شکمی نیرو وارد کنند، چرخش قدامی لگن کاهش می یابد.
 (۳) انقباض عضله مایل خارجی سمت چپ، موجب چرخش به سمت چپ تنه می شود.
 (۴) یکی از مهم ترین عملکردهای این عضلات ایجاد حرکت فلکشن (خم شدن) است.



۲۴- خون کامل با فرض لزجت معادل 0.003 نیوتن ثانیه بر مترمربع در ویسکومتر سیلندری متحدالمرکز قرار می گیرد. عرض شکاف 1 میلی متر و شعاع سیلندر داخلی 30 میلی متر است. تنش برشی دیوار در سیال بر حسب نیوتن بر مترمربع کدام است؟ (سرعت زاویه ای سیلندر بیرونی را 50 دور در دقیقه فرض کنید).

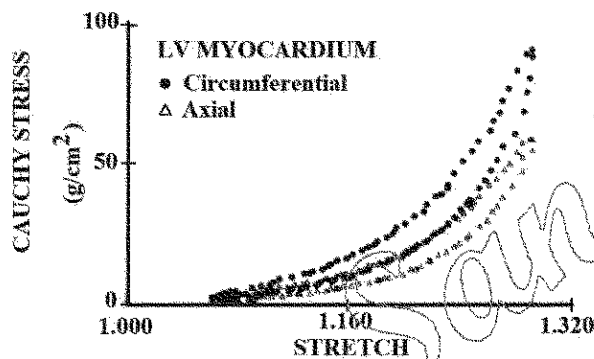
- (۱) 0.48 (۲) 0.71
(۳) 0.74 (۴) 0.77

۲۵- زاویه فیبرهای عضلانی (pennation angle) در یک فرد از 30 درجه به 60 درجه افزایش یافته است، ظرفیت تولید نیروی عضله چند برابر می شود؟



- (۱) $\sqrt{2}$
(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۳) $\frac{3}{\sqrt{2}}$
(۴) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

۲۶- نمودار زیر تنش و کرنش دو محوره را در راستای محیطی و محوری برای میوکارد نشان می دهد. کدام مورد در خصوص رفتار مشاهده شده، نادرست است؟



- (۱) آزمایش فوق در مورد کنترل جابه جایی انجام شده است.
(۲) غالب فیبرهای کلاژن در راستای محوری جهت گیری کرده اند.
(۳) کلاژن ها در کرنش های پایین نقش چندانی در رفتار مکانیکی میوکارد ندارند.
(۴) رفتار ناهمسانگرد و سخت شونده در کرنش های بزرگ برای هر دو راستا مشاهده می شود.
- ۲۷- سلول های اندوتلیال پوشش دهنده عروق چه نوع تحریک های مکانیکی را در عملکرد فیزیولوژیکی حس می کنند؟
(۱) تنش برشی و کشش تناوبی
(۲) فشار هیدرواستاتیکی و کشش ثابت
(۳) تنش برشی ثابت و کشش تناوبی
(۴) تنش برشی ثابت و فشار هیدرواستاتیکی
- ۲۸- یک ورزشکار شیرجه دارای جرم 70 کیلوگرم، زمانی که تخته شیرجه را ترک می کند، سرعت زاویه ای او 4 متر بر ثانیه است. اگر بخواهد با حالت خمیده این کار را انجام دهد و در حالت اول شعاع چرخش 50 سانتی متر و در حالت دوم شعاع چرخش 20 سانتی متر باشد، سرعت زاویه ای او چند رادیان بر ثانیه خواهد شد؟

- (۱) 2
(۲) $2/5$
(۳) 20
(۴) 25

۲۹- پروتز زیر زانویی، دارای جرمی معادل ۴ کیلوگرم است. مرکز ثقل آن با فاصله ۱۵ سانتی متر از مفصل زانو قرار دارد. اگر شعاع چرخش آن حول مرکز ثقل خودش ۲۰ سانتی متر و فاصله مفاصل زانو و هیپ برابر ۳۵ سانتی متر باشد، مقدار ممان اینرسی این پروتز حول مفصل ران کدام است؟

- (۱) ۰/۱۶
(۲) ۱/۱۶
(۳) ۱/۶
(۴) ۱۱/۶

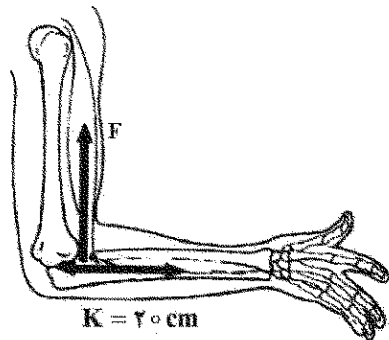
۳۰- در فلکسورهای مفصل آرنج چه مقدار از میانگین نیرویی باید به میانگین فاصله عمودی ۲ سانتی متر از محور چرخش آرنج و زمان ۰/۲ ثانیه اعمال شود تا حرکت بازو در حال نوسان به جرم ۴ کیلوگرم و سرعت زاویه‌ای ۵ رادیان بر ثانیه، ساکن شود؟

- (۱) ۲۰۰

- (۲) ۱۶۰

- (۳) ۱۶۰

- (۴) ۲۰۰



۳۱- از حالت تنش یک جسم در شرایط تعادل اطلاعات زیر در دست است:

$\sigma_{zz} = a$ یک تنش اصلی است.

تنش نرمال متوسط $\sigma_m = a > 0$ است.

تنش برشی حداکثر برابر $\tau_{max} = b$ است.

مقادیر تنش اصلی کدام است؟

$$\sigma_1 = \frac{\tau a + b}{2}$$

$$\sigma_2 = a \quad (2)$$

$$\sigma_3 = \frac{\tau a - b}{2}$$

$$\sigma_1 = \tau a + \frac{b}{2}$$

$$\sigma_2 = a \quad (4)$$

$$\sigma_3 = -\frac{b}{2}$$

$$\sigma_1 = a + b$$

$$\sigma_2 = a \quad (1)$$

$$\sigma_3 = a - b$$

$$\sigma_1 = \tau a + b$$

$$\sigma_2 = a \quad (3)$$

$$\sigma_3 = -b$$

۳۲- در دستگاه مختصاتی که محورهای آن محورهای اصلی باشند، تنش برشی حداکثر در صفحه تنش اصلی متوسط برابر ۱۰ و همین تنش در صفحه تنش اصلی حداقل برابر ۶ است. تنش برشی حداکثر در صفحه تنش اصلی حداکثر کدام است؟

- (۲) ۸

- (۱) ۱۶

- (۴) ۴

- (۳) ۶

۳۳- معادلات کرنش در دستگاه مختصات قطبی با فرض حاکم بودن تقارن زاویه‌ای کامل، کدام است؟

$$\epsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \epsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r}, \gamma_{r\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \quad (1)$$

$$\epsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \epsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r}, \gamma_{r\theta} = 0 \quad (2)$$

$$\epsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \epsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r}, \gamma_{r\theta} = 0 \quad (3)$$

$$\epsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \epsilon_{\theta\theta} = \gamma_{r\theta} = 0 \quad (4)$$

۳۴- یک صفحه مربعی شکل در یک میدان تنش قرار دارد که تابع توزیع تنش از رابطه $\phi = a \frac{x^2}{2} + bxy + \frac{cy^2}{2}$ تبعیت می‌نماید. پس از محاسبه تنش‌های تانسور σ_{ij} ، مقادیر a و b و c در کدام گزینه مربوط به شرایط تنش

برش خالص است؟

$$a = b = \tau_0, c = 0 \quad (1)$$

$$b = \tau_0, a = -c \quad (2)$$

$$c = b = \tau_0, a = 0 \quad (3)$$

$$b = \tau_0, a = c = 0 \quad (4)$$

۳۵- در حل معادلات تنش و کرنش، روند صحیح حل معادلات کدام است؟

(۱) در صورتی که معادلات کرنش مشخص باشد، اقناع معادلات سازگاری کرنش‌ها لازم نیست.

(۲) در حل معادلات تنش و کرنش، اقناع معادلات سازگاری کرنش‌ها در هر شرایطی لازم است.

(۳) در صورتی که معادلات تنش مشخص باشند، نیاز به اقناع معادلات سازگاری کرنش وجود ندارد.

(۴) در صورتی که معادلات تغییر مکان مشخص باشند، در حل مسائل تنش کرنش نیاز به اقناع معادلات سازگاری

کرنش‌ها نیست.

۳۶- در صورتی که \hat{e}_i بردار یک مختصات باشد، مقدار عبارت $\hat{e}_i \cdot \hat{e}_i$ کدام است؟

$$1 \quad (1)$$

$$\hat{e}_j \quad (2)$$

$$0 \quad (3)$$

$$1 \quad (4)$$

۳۷- اگر سرعت محیط پیوسته‌ای در مختصات فضایی به صورت زیر داده شود. مقدار k چقدر باشد که در موقعیت

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 3 \end{cases} \text{ و در زمان } t = 1 \text{ وضعیت حجم ثابت Isochoric حاکم باشد؟}$$

$$\begin{cases} v_1(\vec{x}, t) = x_1 t \\ v_2(\vec{x}, t) = kx_2 t + 3x_1^2 \\ v_3(\vec{x}, t) = x_3^2 + 2x_2 \end{cases}$$

$$-28 \quad (1)$$

$$-14 \quad (2)$$

$$14 \quad (3)$$

$$28 \quad (4)$$

۳۸- حداقل و حداکثر تنش‌های وارد بر مقطع مستطیلی $2h \times 2b$ از یک تیر به طول L که توزیع تنش آن از تابع

$$\phi = 1/6 y^3$$

(۱) بارگذاری خمشی $\sigma_x = \pm 9/6$, $\sigma_y = \sigma_{xy} = 0$

(۲) بارگذاری خمشی خالص $\sigma_x = \pm 9/6$, $\sigma_y = \sigma_{xy} = 0$

(۳) بارگذاری محوری خالص $\sigma_x = \pm 4/8$, $\sigma_y = \sigma_{xy} = 0$

(۴) بارگذاری محوری خالص $\sigma_y = \pm 4/8$, $\sigma_x = \sigma_{xy} = 0$

۳۹- در تانسور تنش σ_{ij} ، مقادیر ثابت a ، b و c و σ_0 حالت تنش را در جسمی، در شرایط تعادل بیان می‌کنند. اگر بردار تنش در صفحه اکتاهدرال دارای مؤلفه‌های برابر صفر باشد، مقادیر a ، b و c در کدام مورد درست است؟

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_0 & a\sigma_0 & b\sigma_0 \\ & \sigma_0 & c\sigma_0 \\ \text{sym.} & & \sigma_0 \end{bmatrix}$$

(۱) $a = b = c = -\frac{1}{2}$

(۲) $a = b = c = \frac{1}{2}$

(۳) $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{2}$, $c = -\frac{1}{2}$

(۴) $a = b = -\sigma_0$, $c = 2\sigma_0$

۴۰- در یک سد بتنی، میدان تغییر شکل از نواحی

$$\begin{cases} u(x, y) = (-4x^2 - y^2 + 2xy + 2) \times 10^{-3} \text{ [m]} \\ v(x, y) = (-4y^2 - x^2 + 2xy + 5) \times 10^{-3} \text{ [m]} \end{cases}$$

تبعیت می‌کند، تانسور تنش در نقطه به مختصات $(1, 1, 1)$ در کدام گزینه درست نمایش داده شده است؟

(مختصات بر حسب متر است.) $E = 27.8 \text{ GPa}$, $\nu = 0.4$

(۲) $\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 0.04 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.056 \end{bmatrix}$

(۱) $\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} -0.04 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0 & -0.056 \end{bmatrix}$

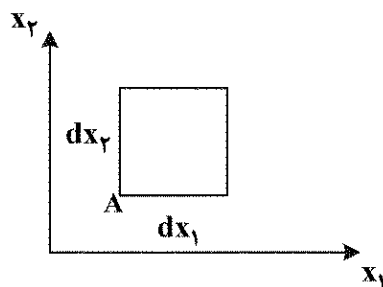
(۴) $\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 0.06 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0 & -0.064 \end{bmatrix}$

(۳) $\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} -0.06 & 0 & 0 \\ 0 & -0.06 & 0 \\ 0 & 0 & -0.048 \end{bmatrix}$

۴۱- المانی به ابعاد dx_1 ، dx_2 در نقطه A در یک میدان جابه‌جایی به شرح زیر قرار دارد. تغییر زاویه المان به مبدأ

در کدام گزینه است؟

$$\bar{u}_1 = K(2x_1^2 + x_1x_2) , \bar{u}_2 = Kx_2^2 , \bar{u}_3 = 0$$



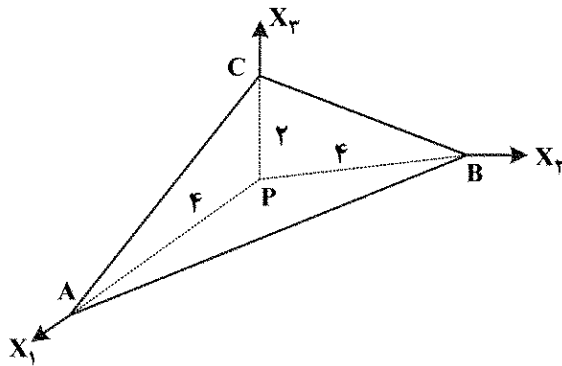
(۱) $\frac{1}{2}K$

(۲) K

(۳) $\sqrt{2}K$

(۴) $2K$

۴۲- تانسور کرنش در نقطه P $\epsilon_P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ داده شده است. کرنش عمودی در جهت عمود بر صفحه ABC، کدام است؟



- (۱) از عدد یک بیشتر است.
(۲) یک
(۳) از عدد یک کمتر است.
(۴) صفر

۴۳- حاصل عبارت $\delta_{ij} \cdot \epsilon_{ijk}$ کدام است؟

- (۱) -۳
(۲) -۱
(۳) صفر
(۴) ۳

۴۴- میدان جابه‌جایی زیر برای چه نوع بارگذاری است؟ (E و ν پارامترهای مادی و I پارامتر هندسی هستند).

$$u = -\frac{M(1-\nu^2)}{EI}xy, \quad v = \frac{M(1+\nu)}{2EI}y^2 + \frac{M(1-\nu^2)}{2EI}\left(x^2 - \frac{L^2}{4}\right), \quad w = 0$$

- (۱) پیچش خالص
(۲) پیچش همراه با کشش
(۳) خمش خالص
(۴) پیچش همراه با خمش

۴۵- ماتریس واحد $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. مقادیر ویژه و بردارهای ویژه آن کدام است؟

- (۱) مقادیر ویژه $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$ و بردارهای $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$ و $(1, 0, 0)$ ، $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$
(۲) مقادیر ویژه $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \frac{1}{3}$ و بردارهای $\left(0, 0, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ و $\left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}, 0\right)$ ، $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 0, 0\right)$

- (۳) سه مقدار ویژه واحد و سه بردار ویژه واحد
(۴) مقادیر ویژه $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$ و هر بردار a می‌تواند بردار ویژه آن باشد.