

کد کنترل

509

A



## آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - سال ۱۴۰۰

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه

۹۹/۱۲/۱۵



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»  
امام خمینی (ره)

رشته مهندسی هوا فضا - سازه های هوایی - (کد ۲۳۳۳)

مدت پاسخ گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: - ریاضیات مهندسی - روش اجزای محدود ۱ - تحلیل پیشرفته سازه های هوافضایی	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را  
با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج  
شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- برای حل مسئله مقدار کرانه‌ای:

$$\begin{cases} y'' + y = e^{-x}, x > 0 \\ y'(0) = -1 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} y'(x) = 0 \end{cases}$$

از تبدیل فوریه استفاده می‌کنیم. تبدیل فوریه مناسب جواب مسئله کدام است؟  
راهنمایی:

$$F_s\{f(x)\} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(x) \sin wx dx$$

$$F_c\{f(x)\} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(x) \cos wx dx$$

$$F\{f(x)\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-iwx} dx$$

$$\begin{aligned} & -\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{w}{1+w^2} \quad (۲) & \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{w^2}{w^4-1} \quad (۱) \\ & \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{w^2}{w^4-1} \quad (۴) & \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{w}{w^2-1} \quad (۳) \end{aligned}$$

۲- جواب عمومی معادله دیفرانسیل  $u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} + u_x + u_y + u = 0$ ، کدام است؟

$$u(x, y) = \left( \varphi(y-x) \cos \frac{\sqrt{3}}{2} x + \psi(y-x) \sin \frac{\sqrt{3}}{2} x \right) e^{\frac{1}{2}x} \quad (۱)$$

$$u(x, y) = \left( \varphi(y-x) \cos \frac{\sqrt{3}}{2} x + \psi(y-x) \sin \frac{\sqrt{3}}{2} x \right) e^{-\frac{1}{2}x} \quad (۲)$$

$$u(x, y) = \left( \varphi(y-x) \cos \sqrt{3} x + \psi(y-x) \sin \sqrt{3} x \right) e^{-\frac{1}{2}x} \quad (۳)$$

$$u(x, y) = \left( \varphi(y-x) \cos \sqrt{3} x + \psi(y-x) \sin \sqrt{3} x \right) e^{\frac{1}{2}x} \quad (۴)$$

۳- حاصل  $u(\frac{1}{3}, 5)$  در معادله زیر کدام است؟

$$\begin{cases} u_{tt} - \frac{9}{4} u_{xx} = 0 & ; \quad 0 < x < 1, t > 0 \\ u(x, 0) = x^2 & ; \quad u_t(x, 0) = 0, 0 \leq x \leq 1 \\ u_x(0, t) = 0 & ; \quad u(1, t) = 0, t \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll} \frac{1}{3} & (1) \\ \frac{1}{3} & (2) \\ \frac{13}{18} & (3) \\ \frac{13}{36} & (4) \end{array}$$

۴- اگر  $\int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) e^{-i\alpha x} dx$  تبدیل فوری تابع  $u(x, t)$  باشد، تبدیل فوری جواب مسئله زیر کدام است؟

$$\begin{cases} k u_{xx} = u_t, -\infty < x < \infty, t > 0 \\ u(x, 0) = \begin{cases} u_0, & |x| < 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll} \frac{u_0 \sin \alpha}{\alpha} e^{-k\alpha^2 t} & (1) \\ \frac{u_0 \cos \alpha}{\alpha} e^{-k\alpha^2 t} & (2) \\ \frac{2u_0 \cos \alpha}{\alpha} e^{-k\alpha^2 t} & (3) \\ \frac{2u_0 \sin \alpha}{\alpha} e^{-k\alpha^2 t} & (4) \end{array}$$

۵- رفتار تابع  $J_n(x)$  به ازای مقادیر بزرگ  $x$ ، به کدام تابع زیر نزدیک تر است؟ ( $J$  نمایش تابع بسل است).

$$\begin{array}{ll} \frac{\cos x - \sin x}{\sqrt{(\pi x)^3}} & (1) \\ \frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{\pi x}} & (2) \\ \frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{(\pi x)^3}} & (3) \\ \frac{\cos x - \sin x}{\sqrt{\pi x}} & (4) \end{array}$$

۶- حاصل  $1 + \cos \theta + \cos 2\theta + \dots + \cos 200\theta$  به ازای  $\theta = \frac{\pi}{4}$ ، کدام است؟

$$\begin{array}{ll} 2 & (1) \\ -1 & (2) \\ 1 & (3) \\ 0 & (4) \end{array}$$

۷- مزدوج همساز تابع  $u(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$  ، کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{x}{y} + c$

(۲)  $2 \tan^{-1} \frac{y}{x} + c$

(۳)  $2 \sin^{-1} \frac{x}{y} + c$

(۴)  $\frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{x}{y} + c$

۸- با استفاده از کاربرد انتگرال توابع مختلط، حاصل  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^4} dx$  ، کدام است؟

(۱)  $\pi\sqrt{2}$

(۲)  $\frac{\pi}{2}$

(۳)  $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$

(۴)  $\frac{\pi\sqrt{2}}{4}$

۹- فرض کنید  $C$  مسیر دایره‌ای شکل با ضابطه  $|z|=1$  در جهت عکس عقربه‌های ساعت باشد. حاصل انتگرال زیر کدام است؟  $(\exp(x) = e^x)$

$$\oint_C \exp(z + \frac{1}{z}) dz$$

(۱)  $\pi i \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!(n+1)!}$

(۲)  $2\pi i \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(n!)^2}$

(۳)  $2\pi i \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!(n+1)!}$

(۴)  $\pi i \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(n!)^2}$

۱۰- نقش تصویر ناحیه  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$  تحت نگاشت  $w = \frac{-i}{z}$  در کدام بخش از صفحه مختصات  $w$  قرار می‌گیرد؟

(۲) ربع سوم

(۱) ربع چهارم

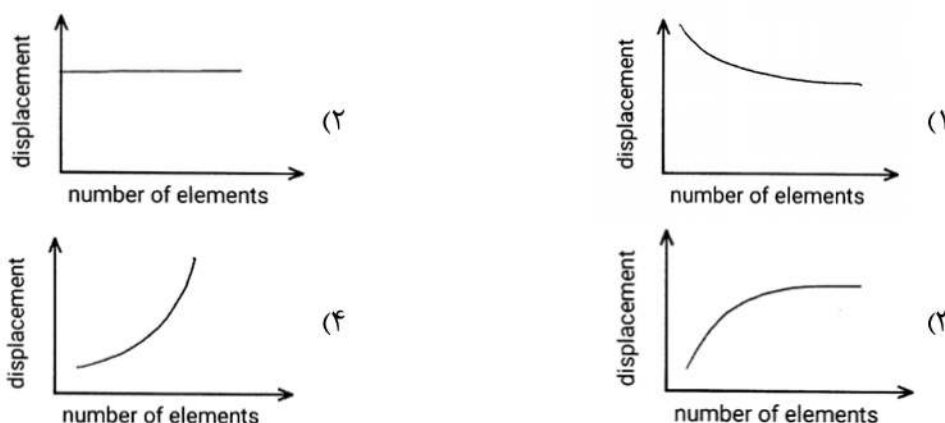
(۴) ربع اول

(۳) ربع دوم

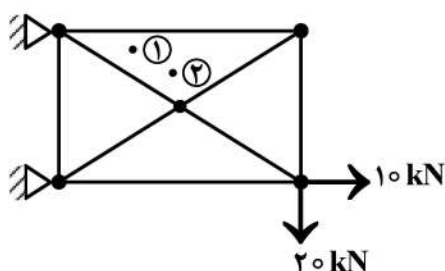
- ۱۱- کدام یک از گزینه‌های زیر در خصوص روش‌های حل **explicit** و **implicit** (برای حل مسائل دینامیکی) صحیح است؟  
 (۱) روش **explicit** به تدریج یا در واقع حل در لحظات گذشته وابسته است درحالی که روش **implicit** به مشتقات حل زمان حال بستگی دارد.  
 (۲) دقت حل روش **explicit** با ماتریس جرمی متمرکز (**Lumped**) کمتر از ماتریس جرمی توزیع شده (**Consistent**) است.  
 (۳) دقت حل روش **implicit** با ماتریس جرمی توزیع شده (**Consistent**) کمتر از ماتریس جرمی متمرکز (**Lumped**) است.  
 (۴) روش **explicit** بدون شرط پایدار است درحالی که در روش **implicit** برای پایداری حل باید گام زمانی با توجه به ماکزیمم فرکانس طبیعی سیستم تعیین شود.

۱۲- کدام روش در دسته‌بندی روش‌های باقی‌مانده وزنی قرار نمی‌گیرد؟

- (۱) روش گالرکین  
 (۲) روش رایلی - ریتز  
 (۳) روش حداقل مربعات  
 (۴) روش هم‌مکانی (**Collocation**)
- ۱۳- نمودار همگرایی روش اجزای محدود در مسائل سازه‌ای مطابق کدام شکل است؟

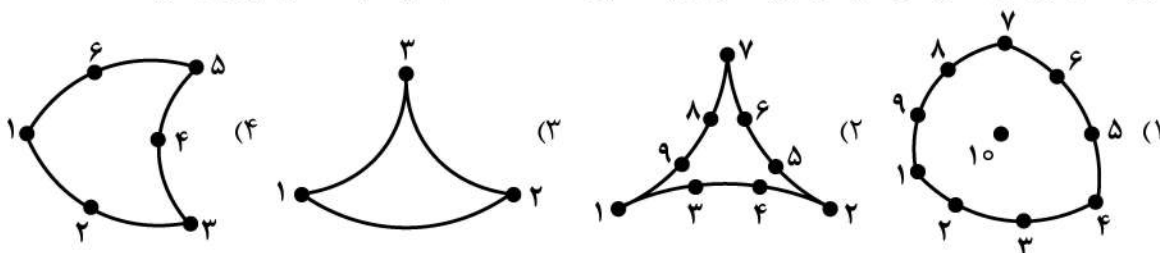


۱۴- در مدل اجزای محدود نشان داده شده، نسبت تنش نقاط نشان داده شده کدام است؟ (المان‌ها از نوع سه گره‌ای است)

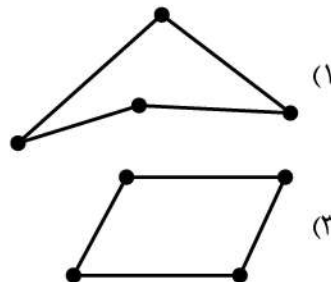
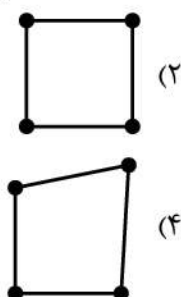


- (۱)  $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} < 0$   
 (۲)  $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} > 1$   
 (۳)  $0 < \frac{\sigma_1}{\sigma_2} < 1$   
 (۴)  $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1$

۱۵- هر یک از مرزهای المان‌های دوبعدی زیر کمّانی از یک دایره هستند؛ کدام گزینه یک المان ایزوپارامتریک است؟

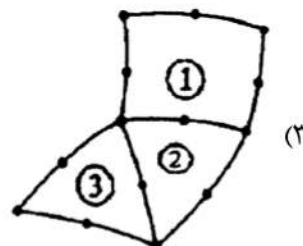
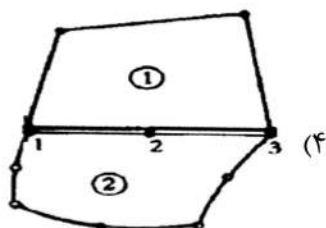
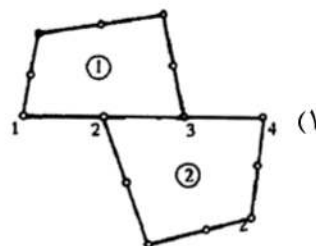
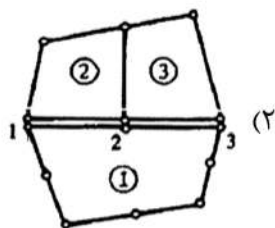


۱۶- ماتریس ژاکوبین کدام المان ایزوپارامتریک نشان داده شده، معکوس پذیر نیست؟



۱۷- کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) جمع جبری توابع شکل همیشه برابر یک است.
  - (۲) جمع جبری توابع شکل فقط برای المان‌های  $C^0$  برابر یک است.
  - (۳) جمع جبری توابع شکل فقط برای المان‌های  $C^1$  برابر یک است.
  - (۴) جمع جبری توابع شکل فقط برای المان‌های  $C^0$  و  $C^1$  برابر یک است.
- ۱۸- کدام گزینه در مورد نحوه ترکیب المان‌ها در ساخت مدل اجزای محدود صحیح است؟



۱۹- در روش کالوکیشن (Collocation Method) از روش‌های (WR) Weighted Residual، تابع وزن

باقی‌مانده‌ها کدام یک از توابع زیر است؟

- (۱) تابع دلتای دیراک
- (۲) تابع درجه ۲
- (۳) تابع نهایی
- (۴) تابع درجه ۱

۲۰- کدام یک از روش‌های اجزاء محدود زیر قابلیت حل معادله دیفرانسیل داده شده را دارد؟ (مسئله گذرا (Transient) نیست.)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + Q = \frac{\dot{m}C}{A} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{hP}{A} (T - T_{\infty}) + \rho C \frac{\partial T}{\partial t}$$

(۱) روش انرژی

(۲) روش باقی‌مانده‌های وزن داده شده (Weighted Residual Method)

(۳) روش حساب تغییرات (Variational Technique)

(۴) هر سه گزینه

۲۱- فرمول بندی اجزاء محدود داده شده، برای محاسبه فرکانس طبیعی کدام یک از سازه های نشان داده شده، کاربرد دارد؟

$$([K] - \omega^2 [M])\{U\} = \{0\}$$



(۱) ۲ و ۴



(۲) ۱، ۲ و ۳

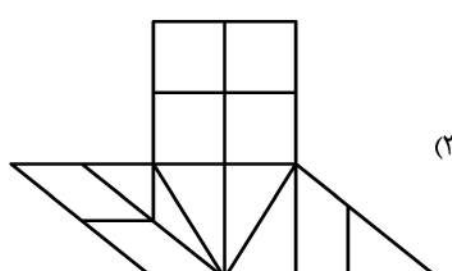
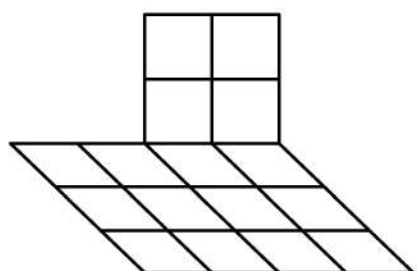
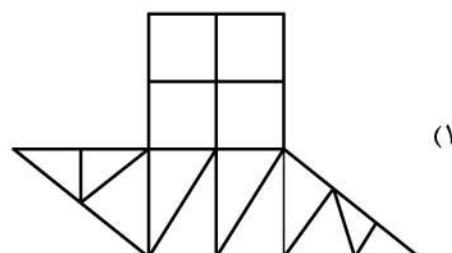
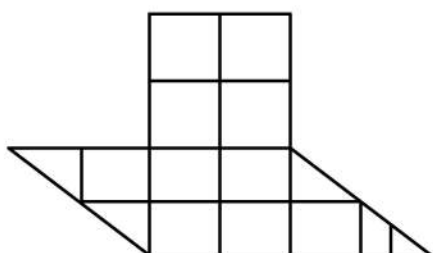
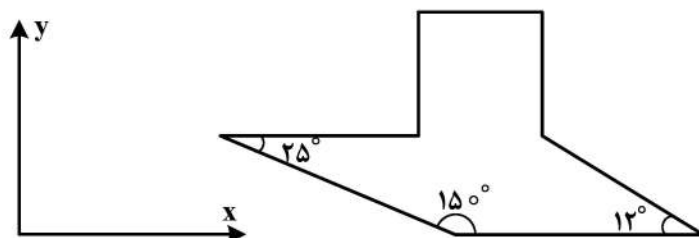


(۳) ۳ و ۴

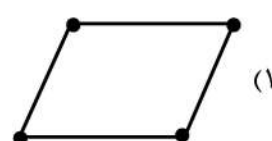
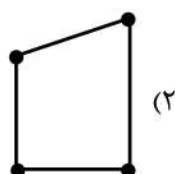
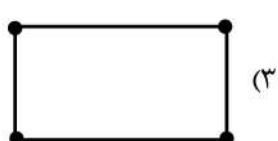
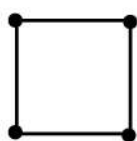


(۴) ۱ و ۴

۲۲- کدام شبکه (مش) بندی بهترین گزینه برای مدل سازی اجزاء محدود سازه نشان داده شده است؟



۲۳- انتگرال گیری عددی به منظور تعیین ماتریس سفتی در کدام المان ایزوپارامتریک نشان داده شده، دقیق نیست؟



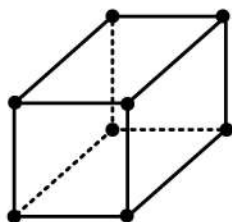
۲۴- اگر فرم قوی معادله دیفرانسیل حاکم بر پدیده فیزیکی مرتبه ۴ باشد، حداکثر درجه مشتق در فرم ضعیف شده آن از چه درجه‌ای است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۴

۲۵- برای توابع امتحانی (توابع شکل) در روش‌های گالرکین و ریتز، کدام شرط لازم نیست؟

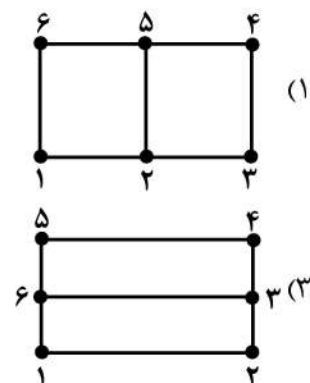
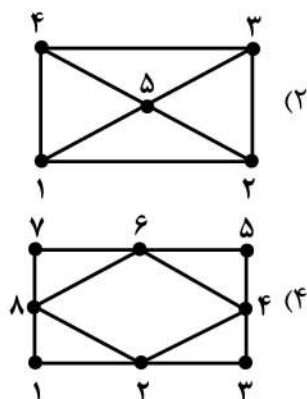
- (۱) مستقل خطی باشند.  
(۲) متعلق به یک فضای کامل باشند.  
(۳) مستقل خطی و متعلق به یک فضای کامل باشند.  
(۴) مستقل خطی و متعلق به یک فضای کامل باشند و شرایط مرزی را ارضا نمایند.

۲۶- ماتریس سختی یک المان سه بعدی هشت گره‌ای  $C^0$  چند مقدار ویژه صفر دارد؟ (ماتریس سختی با استفاده از انتگرال گیری  $2 \times 2 \times 2$  محاسبه شده است.)

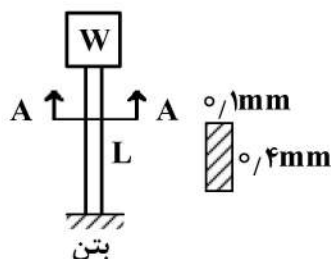


- (۱) ۲  
(۲) ۴  
(۳) ۱  
(۴) ۳

۲۷- محوری با مقطع مستطیل شکل در معرض گشتاور پیچشی قرار گرفته است. برای حل مسئله به روش اجزاء محدود کدام یک از المان‌بندی‌های زیر مرجح است؟



۲۸- یک تیر فلزی در شالوده بتنی ثابت شده و در سر آزاد آن، یک مخزن سیال به وزن کل  $100 \text{ kN}$  قرار گرفته است. اگر ضریب ایمنی در برابر کمانش را  $2/5$  در نظر بگیریم و مقطع مطابق شکل زیر باشد، حداکثر ارتفاعی که این پایه می‌تواند داشته باشد برحسب متر به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ (برای تیر فلزی  $E = 120 \text{ GPa}$  و از جرم خود تیر صرف نظر شود.)



- (۱)  $3/14$   
(۲)  $6/28$   
(۳)  $25/12$   
(۴)  $12/56$

۲۹- در مورد تغییر حجم در حجم واحد (Dilation) کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) کلاً مستقل از دستگاه مختصات است.  
(۲) در دستگاه مختصات اصلی همواره صفر است.  
(۳) فقط در حالت هیدروستاتیک تعریف می‌شود.  
(۴) فقط در دستگاه مختصات اصلی مستقل از ترم‌های برشی کرنش است.



۳۰- در مسأله پیشش با استفاده از تابع تنش پراتل  $\psi(x_2, x_3)$ ، رابطه زیر از کدام معادله استخراج شده است؟

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2^2} = \text{constant}$$

(۲) شرایط مرزی

(۱) معادله تعادل

(۴) ترکیب معادله تعادل و شرایط مرزی

(۳) معادله سازگاری

۳۱- اگر تابع تنش ایری  $\phi = f(x_2) \cos \frac{m\pi x_1}{l}$  باشد، کلی ترین حالت  $f(x_2)$  کدام است؟  $(\lambda_m = \frac{m\pi}{l})$

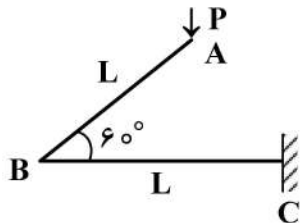
$$c_f \cosh \lambda_m x_2 + c_g \sinh \lambda_m x_2 + c_r x_2 \cotanh \lambda_m x_2 + c_e x_2 \tanh \lambda_m x_2 \quad (۱)$$

$$c_1 \cos \lambda_m x_2 + c_2 \sin \lambda_m x_2 + c_3 \cotan \lambda_m x_2 + c_4 x_2 \tan \lambda_m x_2 \quad (۲)$$

$$c_1 \cos \lambda_m x_2 + c_2 \sin \lambda_m x_2 + c_3 x_2 \cos \lambda_m x_2 + c_4 x_2 \sin \lambda_m x_2 \quad (۳)$$

$$c_1 \cosh \lambda_m x_2 + c_2 \sinh \lambda_m x_2 + c_3 x_2 \cosh \lambda_m x_2 + c_4 x_2 \sinh \lambda_m x_2 \quad (۴)$$

۳۲- میله یکنواخت با صلبیت خمشی EI تحت اثر نیروی P قرار دارد. جابه جایی عمودی محل اثر P چقدر است؟



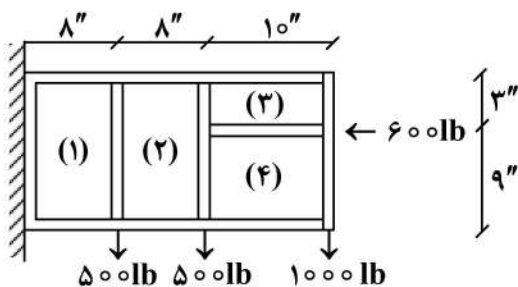
$$\frac{PL^3}{4EI} \quad (۱)$$

$$\frac{PL^3}{6EI} \quad (۲)$$

$$\frac{PL^3}{12EI} \quad (۳)$$

$$\frac{PL^3}{3EI} \quad (۴)$$

۳۳- در تیر جدار نازک زیر که متشکل از Web و Flange است، جریان برش در Web بخش ۲ چند  $\frac{lb}{in}$  است؟



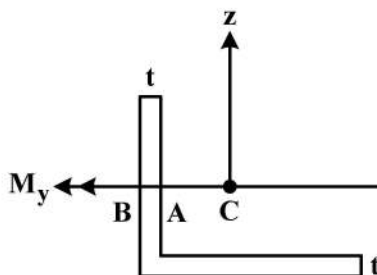
$$\frac{1000}{3} \quad (۱)$$

$$\frac{500}{3} \quad (۲)$$

$$125 \quad (۳)$$

$$250 \quad (۴)$$

۳۴- مقطع زیر تحت گشتاور خمشی  $M_y$  حول محور y قرار دارد. اگر C مرکز سطح باشد، کدام گزینه صحیح است؟



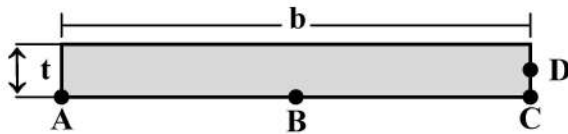
(۱) چون  $M_y$  از مرکز سطح رد شده، تار خنثی منطبق بر محور y است.

(۲) نقطه A تنش محوری تحمل نمی کند.

(۳) چون  $M_z$  وجود ندارد، تار خنثی منطبق بر محور y است.

(۴)  $M_y$  باعث تغییر شکل هم حول محور z و هم حول محور y می شود.

۳۵- اگر مقطع میله‌ای مطابق شکل زیر باشد، تحت پیچش  $T$  بیشترین تنش برشی تقریباً چقدر است و در چه نقطه‌ای از مقطع اتفاق می‌افتد؟ ( $b \gg t$ )



(۱)  $B$  و  $\frac{3T}{bt^2}$

(۲)  $C$  و  $\frac{6T}{bt^2}$

(۳)  $D$  و  $\frac{3T}{bt^2}$

(۴)  $A$  و  $\frac{6T}{bt^2}$

۳۶- در طراحی پوسته بال هوایی کدام یک از موارد زیر از اهمیت بیشتری برخوردار است؟

(۱) نیروهای کشش و فشار داخل صفحه پوسته بال

(۲) گشتاور پیچشی وارده به مقطع بال

(۳) گشتاور خمشی وارده به مقطع بال

(۴) هر سه مورد از یک سطح اهمیت برخوردارند.

۳۷- در مقایسه تحلیل خطی و غیرخطی هندسی تیر الاستیک یک سرگیردار با بار انتهایی کدام جمله صحیح است؟

(۱) در تحلیل غیرخطی هندسی، کرنش‌های غیرخطی با افزایش بار تغییر نمی‌کند.

(۲) در تحلیل غیرخطی هندسی، سازه دچار کماتش می‌شود.

(۳) در تحلیل غیرخطی هندسی، پس از بار برداری تغییر شکل‌های غیرخطی در سازه باقی می‌ماند.

(۴) در تحلیل غیرخطی هندسی، سفتی سازه زیاد می‌شود و جابه‌جایی‌ها کاهش می‌یابد.

۳۸- کدام جمله در خصوص تئوری کماتش خطی اوایلر صحیح است؟

(۱) از کرنش‌های غیرخطی صرف‌نظر می‌شود.

(۲) مودهای کماتش تابع دامنه نیرو است.

(۳) کرنش‌های غیرخطی در رابطه پایداری لحاظ می‌گردد.

(۴) کماتش سازه همواره زودتر از تسلیم اتفاق می‌افتد.

۳۹- کدام تعریف برای ماتریس نرمی یک سازه خطی صحیح است؟ ( $\tilde{f}_{ij}$  یک ترم ماتریس نرمی)

(۱) جابه‌جایی ایجاد شده در درجه آزادی  $i$  به ازای نیروی واحد در درجه آزادی  $j$  به شرط صفر بودن نیروها در سایر درجات آزادی

(۲) نیروی ایجاد شده در درجه آزادی  $i$  به ازای جابه‌جایی واحد در درجه آزادی  $j$  به شرط صفر بودن جابه‌جایی در سایر درجات آزادی

(۳) جابه‌جایی ایجاد شده در درجه آزادی  $i$  به ازای نیروی واحد در سایر درجات آزادی

(۴) نیروی ایجاد شده در درجه آزادی  $i$  به ازای جابه‌جایی‌های واحد در سایر درجات آزادی

۴۰- در مقاطع ایده‌آل‌سازی شده بال و بدنه، کدام جمله صحیح است؟

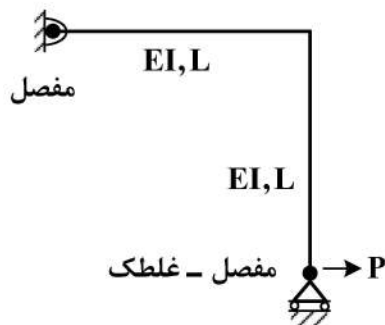
(۱) جریان برش در حد فاصل دو تقویت سراسری خطی تغییر می‌کند.

(۲) جریان برش در حد فاصل دو تقویت سراسری به حداکثر خود می‌رسد.

(۳) جریان برش در حد فاصل دو تقویت سراسری ثابت است.

(۴) جریان برش در حد فاصل دو تقویت سراسری به حداقل خود می‌رسد.

۴۱- مطابق شکل مقدار جابه‌جایی محل اثر نیروی  $P$ ، کدام است؟ (از انرژی برشی و محوری قطعات صرف نظر می‌شود).



$$\frac{PL^3}{EI} \quad (1)$$

$$\frac{4PL^3}{3EI} \quad (2)$$

$$\frac{2PL^3}{3EI} \quad (3)$$

$$\frac{PL^3}{3EI} \quad (4)$$

۴۲- در اثبات تقارن ماتریس سفتی در سازه‌های خطی الاستیک از کدام ابزار استفاده می‌شود؟

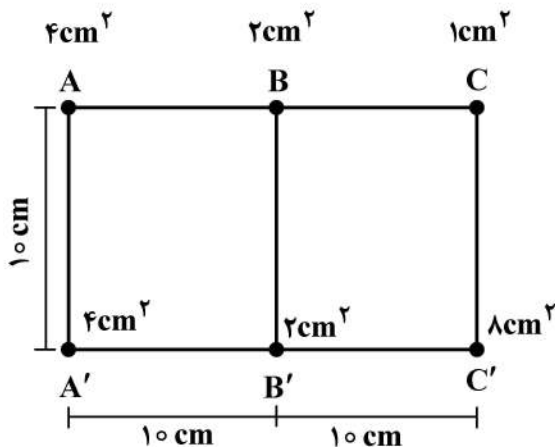
(۱) قانون هوک

(۲) قرینه بودن تانسور تنش و کرنش

(۳) قرینه بودن سازه و بارگذاری

(۴) قانون جمع آثار قوا

۴۳- در مقطع دو سلول جدار نازک ایدئال‌سازی شده زیر، مقدار جریان برش در جداره  $BB'$  در اثر گشتاور پیچشی  $T$ ، کدام است؟



$$\frac{T}{200} \quad (1)$$

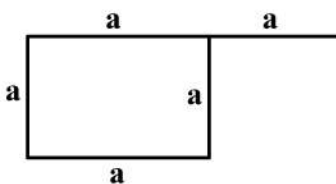
$$\frac{T}{400} \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (3)$$

$$\frac{T}{100} \quad (4)$$

۴۴- برای مقطع بال زیر، نرخ پیچش (rate of twist) چقدر است؟ (بال تحت گشتاور پیچشی  $T$  بوده و ضخامت همه

جداره‌ها برابر  $t$  ( $t \ll a$ ) است).



$$\frac{T}{aGt(\frac{t^2}{3} + a^2)} \quad (1)$$

$$\frac{T}{4aGt(t^2 + a^2)} \quad (2)$$

$$\frac{3T}{aGt^3} \quad (3)$$

$$\frac{T}{aGt^2(t + \frac{a}{3})} \quad (4)$$

۴۵- تحت گشتاور پیچشی، کدام مقطع جدار نازک دارای اعوجاج (warping) نیست؟

(۱) مقطع دایروی

(۲) مقطع مربعی

(۳) مقطع مثلثی با ضخامت ثابت

(۴) مقطع مستطیلی با ضخامت ثابت

